

Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton

Harald Schuler

Schriftenreihe $\dot{\mathcal{E}}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik

Herausgeber Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier

Heft Nr. 6

Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton

Harald Schuler

Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der
Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-
Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

Schriftenreihe $\dot{\mathcal{E}}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik

Herausgeber Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier

Heft Nr. 6

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Schuler, Harald:

Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton.

Freiburg: Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, 2004
($\dot{\epsilon}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik; Heft 6)

ISBN 3-8167-6463-0

ISSN 1612-6718

© 2004 Dr.-Ing. Harald Schuler

Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik
Am Klingenberg 1
79588 Efringen-Kirchen

schuler@emi.fraunhofer.de

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Nachdruck und fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie etc.) –
auch auszugsweise – ist nur mit Genehmigung des Autors gestattet.

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen

Thema der Dissertation: Experimentelle und numerische Untersuchungen zur
Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton

Verfasser: Harald Schuler

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Klaus Wichmann
1. Berichterstatter: Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
2. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser

Tag der Prüfung: 16. Januar 2004

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

Neubiberg, den 16. Januar 2004

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, Efringen-Kirchen, in Zusammenarbeit mit der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München.

Herr Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma hat mich während der Zeit fachlich betreut und durch viele Denkanstöße die Richtung der Arbeit gesteuert. Er hat nahezu ideale Bedingungen geschaffen, die Grundvoraussetzung für das Gelingen der Arbeit waren. Hierfür möchte ich mich herzlich bedanken.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Keuser und Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Klaus Wichmann möchte ich für die Übernahme des Koreferates bzw. der Leitung des Prüfungsausschusses danken.

Bei der Durchführung von Experimenten konnten ich auf das Know-How der Abteilung „Sicherheitstechnologie und Baulicher Schutz“ zurückgreifen. Für die unkomplizierte Planung von Experimenten möchte ich dem Leiter der Abteilung Dr.-Ing. Christoph Mayrhofer danken. Für die Durchführung der Spallationsversuche möchte ich mich bei Herrn Geiss bedanken, der mit mir aufopferungsvoll die Split-Hopkinson-Bar-Anlage aufgebaut und Experimente durchgeführt hat.

Während der gesamten Arbeit sind sehr fruchtende Diskussionen mit Kollegen, die den gleichen Weg gingen, fachlicher aber auch menschlicher Natur entstanden. Stellvertretend für alle möchte ich die „Doktoranden“ Dipl.-Ing. Jan Jansen und Dr.-Ing. Ingmar Rohr nennen.

Für die aufmunternden Worte in Durstphasen möchte ich mich bei den Kollegen im „Großraumbüro“ bedanken, besonders bei Dipl. Ing. (FH), MEng Caroline Kranzer und bei Dipl. Ing. Meike Gallenmüller, der ich viel Glück bei ihrer eigenen Promotion wünsche.

Zum Schluss einen ganz besonderen Dank an meine Eltern und Geschwister, die mir während der gesamten Zeit einen sicheren Rückhalt gaben.

Efringen-Kirchen, im Januar 2004

Harald Schuler

Inhalt

1	Einleitung	3
1.1	Motivation	3
1.2	Zielsetzung	5
1.3	Aufbau der Arbeit	5
2	Dynamische Materialcharakterisierung von Beton	7
2.1	Festigkeitssteigerung bei höheren Dehngeschwindigkeiten	7
2.2	Bruchmechanische Untersuchungen	15
2.3	Stoßwellenausbreitung und Zustandsgleichung	17
2.4	Diskussion	23
3	Theoretische Grundlagen von Werkstoffmodellen	24
3.1	Numerische Lösung des Anfangs-/Randwertproblems	24
3.2	Kontinuumsmechanische Grundlagen	26
3.3	Schadensmechanik	32
3.4	Lokalisierung und Rissbildung	35
3.5	Ausgewählte Werkstoffmodelle für Beton	43
3.6	Das RHT-Modell	49
3.7	Diskussion	55
4	Der Split-Hopkinson-Bar (SHB)	57
4.1	Allgemeines	57
4.2	Mechanischer Versuchsaufbau	59
4.3	Messtechnik	62
4.4	Theorie	67
4.4.1	Eindimensionale Ausbreitung elastischer Wellen	67
4.4.2	Auswertung eines Standard-Druckversuchs	69
4.4.3	Berücksichtigung der Dispersion bei der elastischen Wellenfortpflanzung in zylindrischen Stäben	73
5	Experimentelle Untersuchungen bei Zugbelastung	76
5.1	Statische Referenzversuche	77
5.2	Dynamische Versuche	80
5.2.1	Beanspruchungsprinzip und Versuchsdurchführung	80
5.2.2	Auswerteverfahren	82
5.2.3	Bruchverhalten bei Belastungsstufe 1	92
5.2.4	Bruchverhalten bei Belastungsstufe 2	94
5.2.5	Bruchverhalten bei Belastungsstufe 3	97
5.2.6	Bruchverhalten bei gekerbten Proben	98
5.2.7	Optische Untersuchungen zur Messung der Bruchfläche	101
5.3	Zusammenfassung der Ergebnisse	107

6	Experimentelle Untersuchungen bei Druckbelastung	111
6.1	Schädigung durch Kompression	112
6.1.1	Versuchsdurchführung	112
6.1.2	Zusammenfassung der Ergebnisse	117
6.2	Schädigung durch kurzzeitige einachsige Druckspannung	118
6.2.1	Beanspruchungsprinzip	118
6.2.2	Bruchbilder bei Belastungsstufe 4	120
6.2.3	Bruchbilder bei Belastungsstufe 5	120
6.2.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	123
7	Erweiterung des RHT-Modells um eine verbesserte Schädigungsbeschreibung	125
7.1	Schädigung im RHT-Modell	125
7.2	Entwicklungsgesetz bei hydrostatischen Druckspannungen	126
7.3	Entwicklungsgesetz bei Zugentfestigung	127
7.4	Zusammenstellung der Schädigungsbeschreibung	132
7.5	Simulation der Laborversuche	133
8	Anwendung	140
8.1	Penetration eines Tandem-Gefechtskopfs	140
8.1.1	Versuchsaufbau	140
8.1.2	Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulation	143
8.2	Simulation einer Kontaktdetonation	146
8.2.1	Versuchsaufbau	146
8.2.2	Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulation	147
9	Zusammenfassung und Ausblick	148
10	Notation	151
11	Anhang	155
11.1	Messung der Dehnung und Partikelgeschwindigkeit zu Abschnitt 5.2	155
11.2	Messung der Dehnung zu Abschnitt 6.2	160
11.3	Optische Auswertung der Bruchfläche zu Abschnitt 5.2.7	162
11.4	Restfestigkeit nach Kompression zu Abschnitt 6.1	168
12	Literatur	172
Index		183

1 Einleitung

1.1 Motivation

Stoßartige Beanspruchungen an Beton treten in vielfältiger Weise auf. Oft sind es außergewöhnliche Umstände wie z.B. Unfälle im Verkehrswesen oder Terroranschläge, die zu derartigen Beanspruchungen führen. Aber auch im regulären Baubetrieb kommen stoßartige Beanspruchungen vor. Beispiele hierfür sind das Rammen von Bohrpfehlen, Schlagbohrprozesse oder Abbrucharbeiten. Bei militärischen Operationen ist die Wirkung von Waffen an Beton von Interesse. Hier sind Explosions- oder Penetrationsbeanspruchungen relevant. Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über verschiedene Belastungsformen und den dabei auftretenden Dehnraten im Beton.

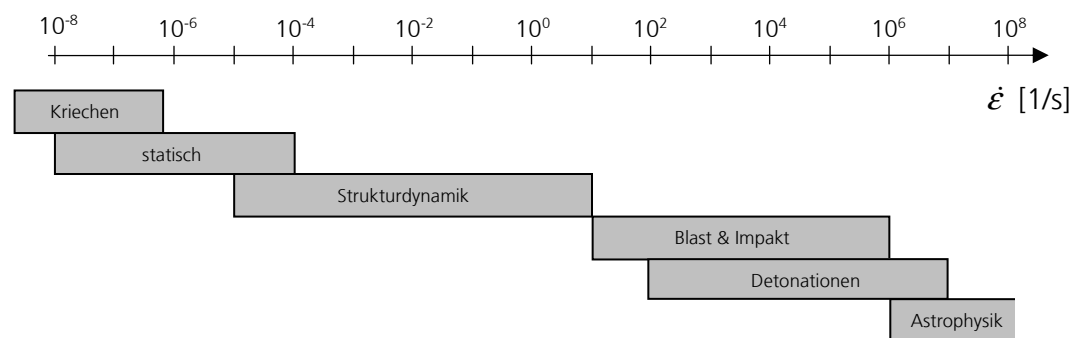


Abbildung 1.1: Dehnraten im Beton für verschiedene Belastungsformen

Die Simulation von Beton unter Stoßbeanspruchung bedarf einer detaillierten Beschreibung des Materialverhaltens. Neben den statischen Eigenschaften müssen die Phänomene des dynamischen Materialverhaltens berücksichtigt werden. Typisch bei schneller intensiver Einwirkung ist die Entstehung und Ausbreitung von Stoßwellen sowie die Steigerung der Festigkeit mit der Belastungsgeschwindigkeit. Beide Phänomene sind in der Vergangenheit in zahlreichen Arbeiten untersucht worden und die Ergebnisse liegen für verschiedene Belastungsintensitäten vor. Bisher nur wenig untersucht worden ist die Schädigung von Beton unter Stoßbeanspruchung. Untersuchungen zur Schädigung konzentrieren sich im Wesentlichen auf zyklische Lastfälle oder das Bilden von Rissen unter statischer Belastung. Ziel dieser Arbeit ist es, die typischen Schädigungsformen, die bei stoßartiger Beanspruchung zu beobachten sind, herauszuarbeiten und in einem Modell umzusetzen. Hierbei ist die Schädigung, die durch hohe Druckspannungen verursacht wird, von Bedeutung. Hohe Druckspannungen treten zum Beispiel bei Penetrationen von

Bomben in Beton auf. Sie komprimieren den Beton und führen dadurch zur Reduzierung seiner Festigkeit (Schädigung). Abbildung 1.2 a) zeigt den geschädigten Beton um einen im Betonziel steckenden Penetrator. Ein Teil der vorliegenden Arbeit untersucht somit die Schädigung von Beton unter Druckbeanspruchung. Ein anderer Teil setzt sich mit der Bestimmung der Schädigung bei Zugversagen auseinander. Dass Zugversagen eine dominierende Form der Schädigung bei Explosionseinwirkung ist, verdeutlicht Abbildung 1.2 b). Das Schadensbild der in der Mitte durchgesägten Platte nach der Beanspruchung durch eine Kontaktdetonation zeigt Abplatzungen und Risse im kraternahen Bereich.

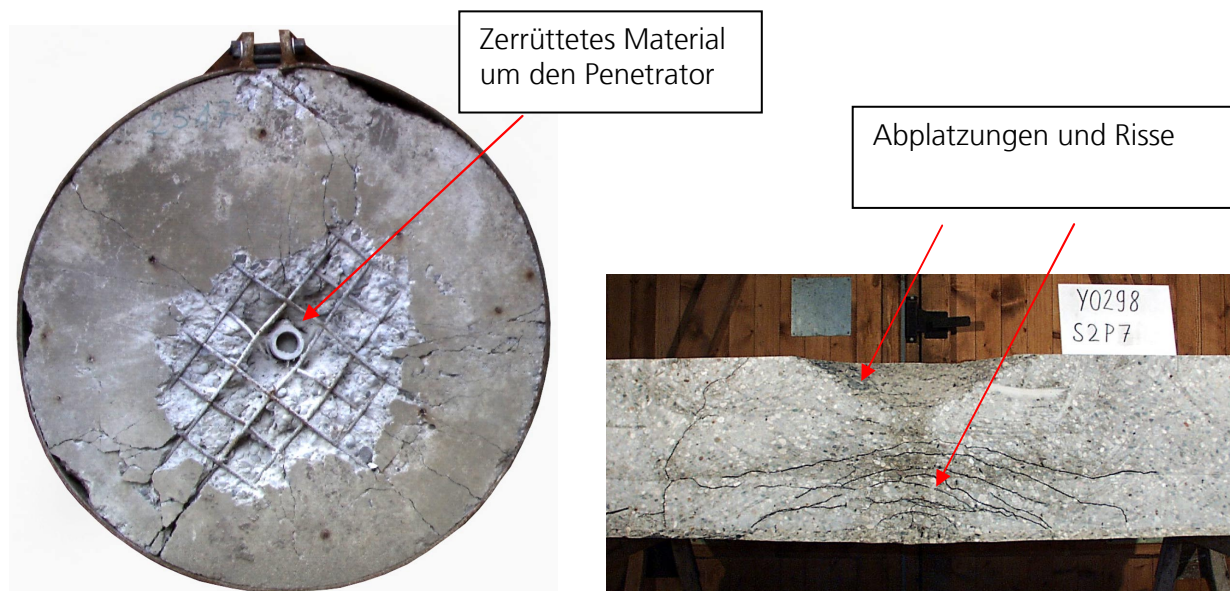


Abbildung 1.2: a) Beschuss eines bewehrten Betonkörpers (Vorderseite), b) mittig durchgesägte Betonplatte nach Beanspruchung durch eine Kontaktladung aus LANDMANN [71]

Will man die Simulation zur Abschätzung der Schädigung von Betonstrukturen nach einer Impakt- oder Explosionseinwirkung einsetzen, müssen folgende Fragen quantitativ beantwortet werden können:

- Abmessungen von Kratertiefen und Abplatzungen
- Restfestigkeit des Betons im Kraterrandbereich

Nur wenn diese Fragen geklärt werden können, ist es möglich, Aussagen über die statische Resttragfähigkeit einer Struktur oder die Widerstandsfähigkeit eines Betonkörpers gegen einen zweiten Impakt (z.B. Zweistufigengefechtkopf) zu treffen.

1.2 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit soll eine Schädigungsbeschreibung entwickelt werden, die die typischen Schädigungsformen bei Stoßbeanspruchung wiedergibt. Dies sind wie bereits beschrieben:

- Schädigung durch Zugversagen
- Schädigung durch Kompression

Die neu abgeleitete Schädigungsbeschreibung wird in das kontinuumsmechanische Betonmodell nach RIEDEL, HIERMAIER, THOMA [91] (RHT-Modell) eingebunden. Bisher wird im RHT-Modell die Beschreibung der Schädigung nach HOLMQUIST, JOHNSON & COOK [55] verwendet. In der praktischen Anwendung hat sich gezeigt, dass diese Beschreibung die Größe der Schädigungsbereiche wesentlich überschätzt. Außerdem fehlt eine modellmäßige Erfassung des Spallationsverhaltens.

Ein zweiter Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die experimentelle Bestimmung der Parameter, die für die Schädigungsbeschreibung notwendig sind. Für die Beschreibung der „Schädigung durch Zugversagen“ werden die Zugfestigkeit und die Bruchenergie bei dynamischer Belastung gemessen. Hierzu ist der Aufbau und Einsatz einer Split-Hopkinson-Bar-Apparatur notwendig, da in der Literatur im Bereich höherer Dehnraten (10^1 1/s bis 10^2 1/s) für die Bruchenergie keine und für die Zugfestigkeit nur sehr wenig Messergebnisse vorhanden sind. Für die Beschreibung der „Schädigung durch Kompression“ werden zweistufige statische Experimente durchgeführt. Zunächst werden die Proben im Druckversuche mit lateraler Verdämmung vorgeschädigt und anschließend die Restfestigkeit gemessen.

1.3 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 gibt einen Überblick über die vorhandenen Methoden zur Messung der Materialparameter bei dynamischer Beanspruchung. Die Experimente zur Messung der Zugfestigkeit werden ausführlicher beschrieben, um die in dieser Arbeit durchgeführten Spallationsversuche einordnen zu können. Im dritten Kapitel sind die Themengebiete Kontinuumsmechanik, Schadensmechanik und Lokalisierung so weit dargestellt, wie sie für die Materialmodellbildung von Bedeutung sind. Die mechanischen Grundlagen werden ergänzt durch die Beschreibung phänomenologischer Betonmodelle, die bei dynamischer Beanspruchung angewendet werden. Dabei wird besonderer Wert auf die Beschreibung der Schädigung gelegt. Am Ende der Kapitel 2 und 3 wird der Stand des Wissens zusammengefasst und auf Defizite hingewiesen. Aus den

Zusammenfassungen wird deutlich, dass einige Konzepte zur Beschreibung der Schädigung vorhanden sind, aber häufig nicht alle Materialparameter gemessen werden können. Wie bereits im vorherigen Kapitel angedeutet, liegen für die Zugfestigkeit und die Bruchenergie bei höheren Dehnraten nicht genügend Messergebnisse vor. Um diese Lücke zu schließen, wurde eine Split-Hopkinson-Bar-Anlage (SHB) aufgebaut. Kapitel 4 beschreibt den Aufbau der SHB-Anlage, die verwendete Messtechnik und gibt einige theoretische Grundlagen zur Versuchsauswertung. In Kapitel 5 wird das Materialverhalten bei dynamischer Zugbeanspruchung mit der SHB-Anlage studiert. Durchgeführt werden Spallationsversuche zur Messung der Zugfestigkeit und der Bruchenergie. Den dynamischen Experimenten vorangestellt sind statische Referenzversuche, um die dynamischen Kennwerte auf die statischen Werte beziehen zu können. In Kapitel 6 wird die Restfestigkeit nach Kompression gemessen. Als Ergebnis wird eine Korrelation zwischen dem aufgebrachten hydrostatischen Druck und der verbleibenden Restfestigkeit angegeben. In einer zweiten Untersuchung in Kapitel 6 wird die Restfestigkeit nach transienter Druckbelastung, die die statische Druckfestigkeit um bis zum Zweifachen überstieg, gemessen. In Kapitel 7 wird das RHT-Modell für Beton um eine verbesserte Schädigungsbeschreibung ergänzt. Eingebunden wird die in Kapitel 5 gemessene Bruchenergie bei Zugentfestigung und die in Kapitel 6 gemessene Schädigung nach Kompression. Zusätzlich werden die Laborversuche mit der neuen Schädigungsbeschreibung simuliert. Die Vorgehensweise zur Entwicklung der Schädigungsbeschreibung ist in Tabelle 1.1 zusammengefasst. Angewendet wird das RHT-Betonmodell mit erweiterter Beschreibung der Schädigung in Kapitel 8 bei der Simulation einer Zweistufenpenetration und einer Kontaktdetonation. Das Experiment zur Zweistufenpenetration, bestehend aus einer Hohlladung und einem KE-Projektil, wurde am Ernst-Mach-Institut durchgeführt.

Tabelle 1.1: Vorgehensweise zur Entwicklung der Schädigungsbeschreibung

Experimentelle Untersuchungen zur Schädigung: <ul style="list-style-type: none"> • dynamisches Bruchverhalten: Zugfestigkeit, Bruchenergie • Kompression / transiente Druckbeanspruchung
Ableiten der Schädigungsbeschreibung und Einbindung in das RHT-Modell für Beton
Validierung des um eine verbesserte Schädigungsbeschreibung ergänzten RHT-Modells

2 Dynamische Materialcharakterisierung von Beton

In Abschnitt 1.1 wurde beschrieben, dass Beton zwei Phänomene bei dynamischer Beanspruchung zeigt:

- *Festigkeitssteigerung bei höheren Dehngeschwindigkeiten*
- *Ausbreitung von Stoßwellen*

In diesem Kapitel werden Versuchsaufbauten zur Messung der Festigkeitssteigerung und die dazu gehörenden experimentellen Ergebnisse aus der Literatur beschrieben. Zahlreiche Ergebnisse liegen für einachsige Spannungszustände vor. Für zweiachsige oder dreiachsige Spannungszustände gibt es nur sehr wenige Untersuchungen. Einige Autoren setzen sich mit der Frage auseinander, warum die Festigkeit bei dynamischer Beanspruchung zunimmt. Antworten dazu sind im Abschnitt „Ursachen der Festigkeitssteigerung“ beschrieben. Bruchmechanische Untersuchungen bei dynamischer Lastaufbringung sind im darauf folgenden Abschnitt dargestellt, wobei auch die Versuchsdurchführung zur Bestimmung der statischen Bruchenergie, die in Kapitel 5.1 angewendet wird, beschrieben ist. Der letzte Abschnitt beschreibt zwei traditionelle Stoßwellenexperimente für Beton, mit deren Hilfe Hugoniot-Daten gemessen werden können. Zusätzlich wird in diesem Abschnitt beschrieben, wie aus den Hugoniot-Daten vereinfachend eine MIE-GRÜNEISEN-Zustandsgleichung abgeleitet werden kann.

2.1 Festigkeitssteigerung bei höheren Dehngeschwindigkeiten

Druckbeanspruchung

Aus zahlreichen experimentellen Untersuchungen geht hervor, dass die Druckfestigkeit von Beton mit wachsender Belastungsgeschwindigkeit zunimmt. Eine Zusammenstellung zeigt Abbildung 2.1 (BISCHOFF und PERRY [13]). Die Ergebnisse für höhere Dehngeschwindigkeiten sind größtenteils mit einer Split-Hopkinson-Bar-Anlage (SHB) gemessen worden (z.B. ROSS [96] oder ZHENG [120]). Die theoretischen Grundlagen zum SHB-Druckversuch sind in Kapitel 4.4.2 ausführlich beschrieben. Abbildung 2.1 zeigt, dass bei höheren Dehnraten die Festigkeit stärker zunimmt. So gibt ein Informationsbericht [30] der **General Task Group 14 (CEB)**, der sich an den praktisch arbeitenden Ingenieur richtet, eine im logarithmischen Maßstab bilineare Abhängigkeit der Festigkeitssteigerung von der Dehnrate an.

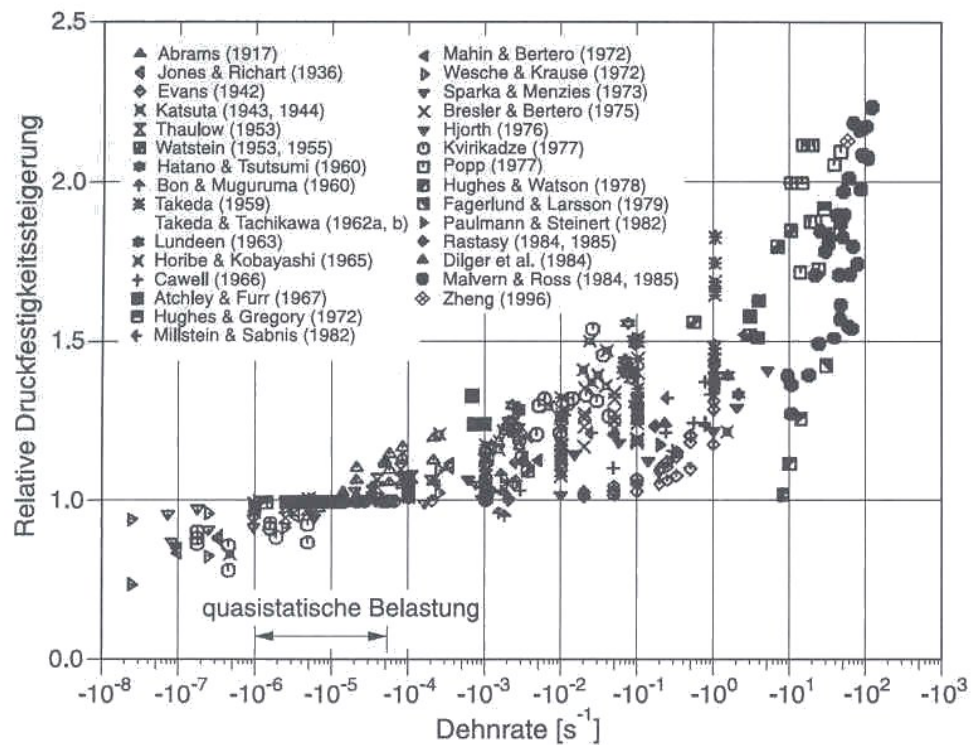


Abbildung 2.1: Veränderung der Druckfestigkeit in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit nach BISCHOFF [13]

Eigene Untersuchungen zur dynamischen Druckbeanspruchung werden nicht direkt durchgeführt, sondern im Rahmen der Spallationsversuche betrachtet (siehe Kapitel 6.2).

Zugbeanspruchung

Die folgende Literaturübersicht zur Zugbeanspruchung ist ausführlicher dargestellt, weil ein Schwerpunkt dieser Arbeit die Analyse des Zugverhaltens von Beton ist. Für Zugbeanspruchungen ist die Festigkeitssteigerung mit der Belastungsgeschwindigkeit größer als bei Druckbeanspruchung. In der Literatur (siehe Abbildung 2.2 aus BACHMANN [4]) wird von Festigkeiten berichtet, die 8.5-fach höher sind als die statische Festigkeit (trockene Proben). Für Festigkeiten größer der dreifachen statischen Festigkeit – Dehnratenbereich $> 10 \text{ 1/s}$ – gibt es nur wenig Versuchsergebnisse.

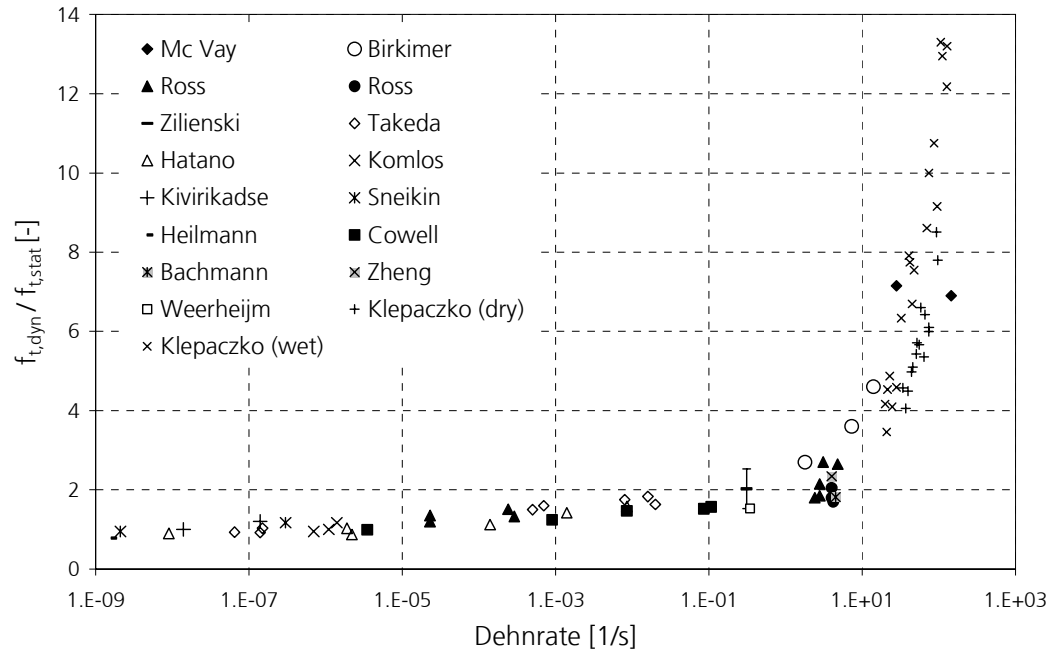


Abbildung 2.2: Veränderung der Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit nach BACHMANN [4]

Dieser Bereich ist relevant bei Explosionseinwirkungen auf Betonstrukturen, wie Experimente von MCVAY [79] gezeigt haben. MCVAY untersuchte Betonplatten mit einer Dicke von 216 mm . 1.64 kg des Sprengstoffs C4 wurden in einem Abstand von 46.9 cm von der Platte angeordnet. Die Explosion erzeugte Druckspannungen in der Platte, die unter dem Hugoniot Elastic Limit (HEL) blieben. Es konnte deshalb von elastischem Materialverhalten bei der Wellenausbreitung ausgegangen werden. Zugspannungen treten durch die Wellenreflektion an der Rückseite der Platte auf. Der Druck am Plattenbeginn ist durch Messung der Blastbelastung bekannt, und über eine einfache geometrische Beziehung können die Spannungen in der Spallationsebene ermittelt werden. Der Ort der Spallation liefert damit die Information über die Zugfestigkeit. Die dazugehörige Dehnrade berechnete MCVAY aus der Anstiegszeit der Druckaufzeichnung der Blastwelle. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.2 im Vergleich mit anderen Literaturdaten dargestellt.

BIRKIMER und LINDEMANN [12] führten Spallationsversuche an langen zylindrischen Stäben aus Beton durch ($d = 5.1 \text{ cm}$; $l = 83.8 \text{ cm}$). Sie schossen ein Projektil direkt auf die Betonprobe, induzierten eine Druckwelle, die durch die Reflektion an der freien Oberfläche zur Zugwelle wechselte und Spallation bewirkte. Mit verschiedenen Projektilen konnten sie die Form des Impulses variieren. Die Dehnungen werden in der Umgebung der erwarteten Bruchzone

mit Dehnungsmessstreifen gemessen. Sie kommen zu dem Schluss, dass die kritische Energie, die zum Bruch führt, für verschiedene Dehnraten konstant ist. Mit dieser Annahme können sie die Dehnung und die Festigkeit zum Zeitpunkt des Versagens ableiten. Die Festigkeitssteigerungen sind für Dehnraten bis zu 25 1/s in Abbildung 2.2 eingetragen.

Umfangreiche Untersuchungen führten Ross et al. [95] zur Messung der dynamischen Druck- bzw. Zugfestigkeit an Beton und Mörtel durch. Ross setzte eine Split-Hopkinson-Bar-Anlage ein, mit der Druckimpulse als auch Zugimpulse im Eingangsstab erzeugt werden können. Er führte zur Messung der Zugfestigkeit Spaltzugversuche und direkte Zugversuche durch. Bei den direkten Zugversuchen wurden zwei Arten der Kerbe untersucht, eine sattelförmige und eine quadratische. Er kommt zum Ergebnis, dass die Spaltzugversuche ähnliche Zugfestigkeiten liefern wie die direkten Zugversuche. So kann die dynamische Druck- und Zugfestigkeit an Probekörpern der selben Geometrie gemessen werden. Auf das Ankleben der Probe an den Ein- und Ausgangsstab, wie es direkte Zugversuche erfordern, kann verzichtet werden.

ZIELINSKI et al. [121] führten direkte Zugversuche mit einer vertikal aufgestellten SHB-Versuchseinrichtung durch. Ein Fallgewicht induziert eine Zugwelle in den Eingangsstab, die dann die Probe belastet. ZIELINSKI studierte den Einfluss verschiedener Parameter: Zementtyp, Zementanteil, Wassorzementwert, maximale Korngröße, trockene und feuchte Probekörper, einfache und mehrfache Belastungen.

WEERHEIJM [116] führte Versuche zum Verhalten von Beton unter Zugbeanspruchung mit der von ZIELINSKI benutzten SHB-Anlage durch. Er konnte die gesamte Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung messen, so dass neben der Zugfestigkeit auch die Bruchenergie gemessen werden konnte (vgl. Abschnitt 2.2). Die gemessenen Festigkeiten bei Belastungsraten von bis zu 10 GPa/s sind um den Faktor 1.3 bis 1.7 größer als die statischen Festigkeiten.

KLEPACZKO und BRARA [62] führten umfangreiche Spallationsversuche mit einem Split-Hopkinson-Bar durch. Sie untersuchten feuchte und trockene Betonproben bei Dehnraten zwischen 10 1/s und 120 1/s . Bei trockenem Beton wurden Festigkeiten bis zum 8.5-fachen, bei feuchtem Beton bis zum 13-fachen der statischen Festigkeit gemessen (siehe Abbildung 2.2). KLEPACZKO und BRARA verwendeten Proben mit einem Durchmesser von 40 mm . Diese geringe Probengröße ist die untere Grenze, bei der der heterogene Werkstoff Beton als Kontinuum betrachtet werden darf.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass bei Spallationsversuchen (McVAY [79], BIRKIMER und LINDEMANN [12], KLEPACZKO und BRARA [62]) höhere Dehnraten erreicht werden als bei direkten oder indirekten Zugversuchen. So konnten mit dieser Versuchsart, bei der sich die Zugspannung durch die Reflektion der

Druckwelle am freien Ende der Probe aufbaut, Festigkeiten gemessen werden, die über der dreifachen statischen Festigkeit liegen. Bei Spallationsversuchen tritt die Zugspannung an einem Ort nur für eine sehr kurze Dauer auf. Hier stellt sich die Frage, inwieweit die Belastungsdauer oder Belastungsgeschichte einen Einfluss auf die Festigkeit hat (siehe auch Abschnitt *Ursachen der Festigkeitssteigerung*).

Mehrachsige Beanspruchung

Die Festigkeitssteigerungen unter zwei- oder dreiachsiger dynamischer Belastung sind bisher nur wenig untersucht worden. Dies liegt an den experimentellen Schwierigkeiten, mehrere Belastungspfade zu synchronisieren. Aus diesem Grund beschränken sich zweiachsige SHB-Experimente auf die dynamische Belastung in einer Richtung mit statischem Druck in Querrichtung (ZIELINSKI [121], WEERHEIJM [116]).

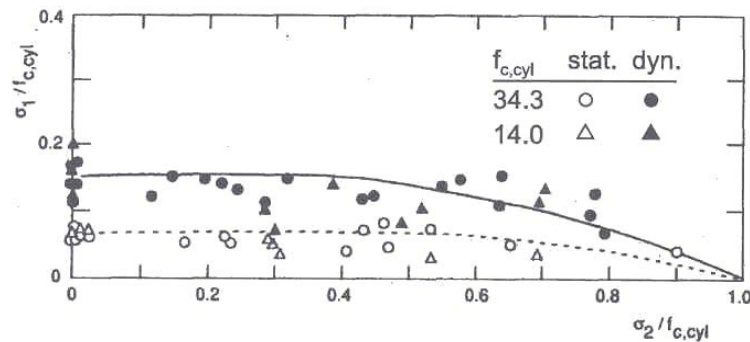


Abbildung 2.3: Auf die Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ bezogene statische und dynamische Zugfestigkeit σ_1 bei verschiedenen statischen Querdrukspannungen σ_2 nach ZIELINSKI [121]

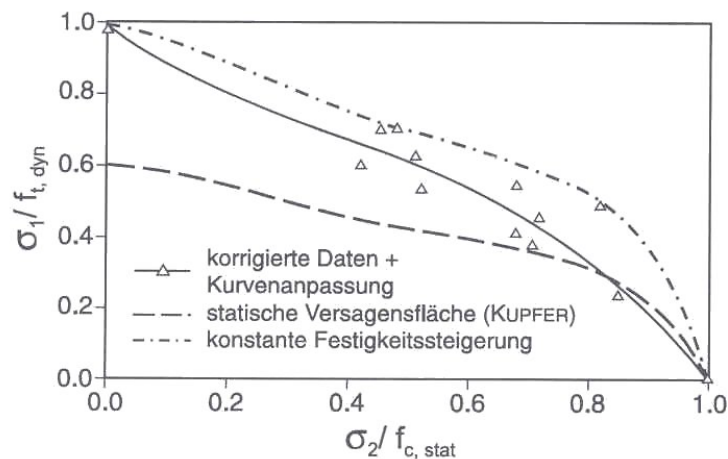


Abbildung 2.4: Auf die einachsige dynamische Zugfestigkeit $f_{t,dyn}$ bezogene statische und dynamische Zugfestigkeit σ_1 bei verschiedenen relativen statischen Querdrukspannungen $\sigma_2 / f_{c,stat}$ nach WEERHEIJM [116]

ZIELINSKI [121] führte SHB-Zugversuche an Betonprismen mit variierendem statischen Querdruck durch. Vergleicht man die statische Zugfestigkeit mit der dynamischen Zugfestigkeit bei lateralen Querdruckspannungen, ist zu sehen, dass vereinfachend von einer Unabhängigkeit der Dehnrates vom seitlichen Druck ausgegangen werden kann (Abbildung 2.3). Allerdings ist eine starke Streuung der Ergebnisse erkennbar. Bei höheren Querdruckspannungen geht die Tendenz zu einer größeren dynamischen Festigkeit.

WEERHEIJM [116] relativiert die Tendenz, dass der Dehnrateneffekt unabhängig vom aufgetragenen Querdruck ist. Aus seiner Sicht führt die von ZIELINSKI benutzte Versuchseinrichtung für die Querdruckspannung zu einer Überschätzung der dynamischen Festigkeit. Er korrigiert aus diesem Grund bei seinen eigenen Experimenten den Fehler aus der lateralen Lastaufbringung. WEERHEIJM kommt insgesamt zum Schluss, dass mit zunehmender Querdruckspannung der Dehnrateneffekt abnimmt (Abbildung 2.4).

Ursachen der Festigkeitssteigerung

Neben der empirischen Beschreibung der Dehnratenabhängigkeit ist die Erforschung der Ursache der Festigkeitssteigerung vielleicht noch von größerer Bedeutung. Es gibt Autoren, die sich dieser Frage widmen und mögliche Gründe für den Festigkeitsanstieg angeben. KÖRMELING/ZIELINSKI/REINHARDT [66] sehen eine Ursache im verstärkt auftretenden Kornversagen bei dynamischer Belastung. Die Festigkeit der Zuschlagskörner liegt um den Faktor drei bis vier über der des Mörtels. GÖDDE [37] führte Finite Element-Berechnungen an einem einzelnen Zuschlagskorn mit umgebender Mörtelmatrix durch. Er bestätigt die Annahme von ZIELINSKI [121], dass bei höherer Belastungsgeschwindigkeit ein Zuschlagskorn nicht mehr umlaufen, sondern durchtrennt wird. Die Ursache liegt in der erhöhten Spannungskonzentration im Korn bei dynamischer Lastaufbringung. Dies ist nicht die einzige Ursache, was durch eine geometrische Abschätzung der Kornanteile im Beton bewiesen wird. Bei ca. 30 % Kornanteil in der Bruchfläche und einer drei- bis vierfachen Festigkeit des Korns kann maximal eine 1,5 bis 2-fache Festigkeitssteigerung auftreten. Gemessen wurden allerdings maximale Festigkeitserhöhungen um den Faktor sieben bis acht (siehe Abbildung 2.2). So gibt es einige Annahmen, dass der Dehnrateneffekt die Summe mehrerer Ursachen ist. Eine andere Ursache könnte die statistische Festigkeitsverteilung in der Probe sein. Bei einem statischen Versuch tritt bei gleichförmiger Belastung Versagen immer an der schwächsten Stelle der Probe auf. Bei Wellenbelastung ist nur ein Teil der gesamten Probe beansprucht, das heißt, es ist unwahrscheinlich, dass genau in diesem Abschnitt die geringste Festigkeit anliegt. Die gemessene Festigkeit ist demnach höher als die an der schwächsten Stelle (CURBACH [26]). Ebenfalls CURBACH untersuchte mit Hilfe der Finite Element-Methode eine Zugscheibe mit innenliegender Fehlstelle. Er konnte zeigen, dass die Kerbspannungen bei dynamischer Belastung wesentlich geringer sind als bei statischer. Es liegt über

den Probenquerschnitt gesehen ein gleichmäßigerer Spannungszustand vor, was zu einer erhöhten mittleren Spannung beim Versagen führt. Für den extremen Anstieg bei höheren Dehnraten wird der Einfluss der begrenzten Rissgeschwindigkeit angegeben. Sie liegt aus Trägheitsgründen bei der Mikrorissbildung weit unter der theoretischen elastischen Rayleigh-Wellengeschwindigkeit.

CURBACH [26] stellt die einzelnen Einflüsse zusammen und kommt in der Summe auf eine Abhängigkeit der Dehnrates, die den experimentellen Ergebnissen sehr nahe kommt.

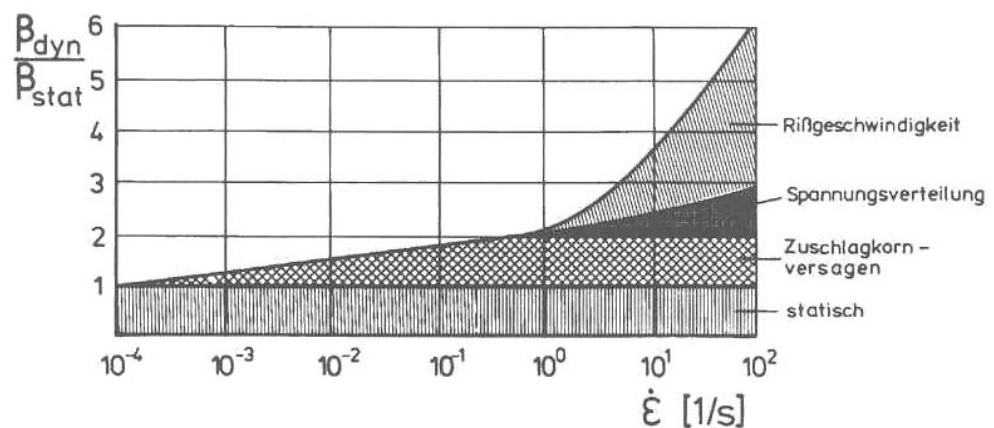


Abbildung 2.5: Ursachen der Zugfestigkeitssteigerung nach CURBACH [26]

Überblickend betrachtet sind einige Ursachen der Festigkeitssteigerung identifiziert. Quantitative Aussagen über Ursache und Wirkung sind allerdings kaum machbar. Es wird bis heute von einigen Autoren (Eibl [33], CURBACH [26], BACHMANN [4], ZHENG [120]) angezweifelt, ob die Festigkeit mit der Dehnrates steigt oder ob die gesamte Belastungsgeschichte zu betrachten ist. ZHENG zeigt an einem einfachen SHB-Druckversuch (Abbildung 2.6), dass obwohl die maximale Spannung von 60 N/mm^2 die statische Festigkeit von 46 N/mm^2 übersteigt und bei der Maximalspannung die Dehnrates Null ist, die Probe nicht versagt.

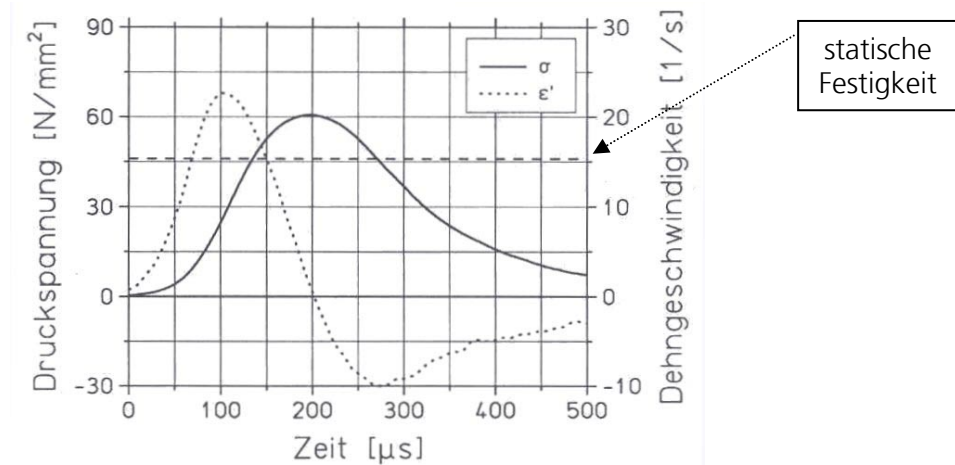


Abbildung 2.6: Zeitlicher Verlauf der Spannung und Dehngeschwindigkeit bei einem SHB-Druckversuch ohne Versagen der Probe (ZHENG [120])

Materialien, die ein von der Belastungsgeschichte abhängiges Materialverhalten zeigen, werden von MALVERN [77] als *Material mit Gedächtnis* bezeichnet. Hierzu wird von EIBL [33] die Theorie der Viskoelastizität auf Beanspruchungen bei hohen Dehnraten übertragen. In der Viskoelastizitätstheorie ist der E-Modul $E(t-\tau)$ abhängig von der Belastungsgeschichte.

$$\sigma(t) = \int_{\tau=0}^t E(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} d\tau \quad (2.1)$$

Die Geschichtsfunktion des Elastizitätsmoduls kann aus einfachen rheologischen Federmodellen hergeleitet werden. Die Relaxationsfunktion eines MAXWELL-Elementes nach Abbildung 2.7, die aus der Differentialgleichung des Feder-Dämpfersystems hergeleitet wird, führt zu folgender Relaxationsfunktion:

$$E(t-\tau) = E \cdot e^{-\frac{t-\tau}{\vartheta}}, \quad (2.2)$$

in der $\vartheta = \eta/E$ die Relaxationszeit angibt. Diese Idee wird von BACHMANN [4] und SCHMIDT-HURTIENNE [103] zur Beschreibung der dynamisch verzögerten Schädigungsentwicklung genutzt (vergleiche Abschnitt 3.5).

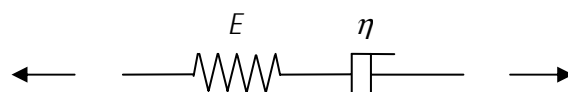


Abbildung 2.7: MAXWELL-Kette der Viskoelastizität

2.2 Bruchmechanische Untersuchungen

Bevor Versuchsaufbauten dargestellt werden, die zur Messung dynamischer Bruchparameter eingesetzt werden, wird ein Versuch beschrieben, bei dem die Bruchenergie bei statischer Belastung gemessen wird. Nach RILEM Committee 50 [92] wird ein gekerbter Biegebalken mit definierter Geometrie mittig bis zum Bruch belastet. Abbildung 2.8 zeigt den Drei-Punkt-Biege-Versuch und eine typische Last-Verformungskurve.

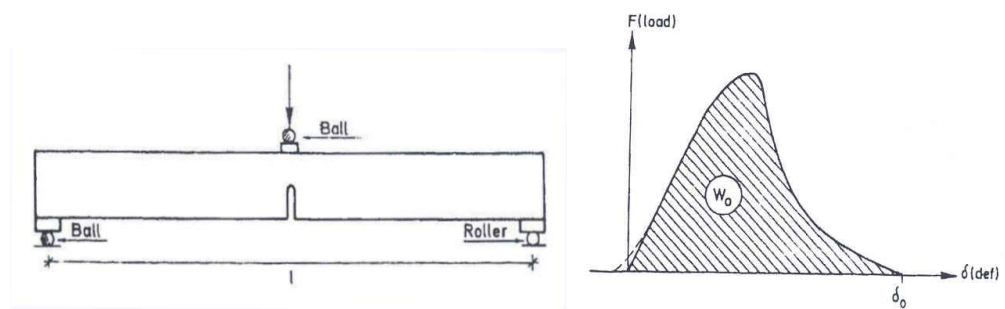


Abbildung 2.8: Drei-Punkt-Biege-Versuch zur Messung der statischen Bruchenergie nach [92]

Aus der aufgezeichneten Last-Verformungskurve unter Berücksichtigung des Eigengewichts berechnet sich die Bruchenergie bezogen auf die Bruchfläche zu:

$$Gf / A = \left(\int F d\delta + m g \delta_0 \right) / A \quad (2.3)$$

In Abschnitt 5.1 wird dieser Versuchsaufbau zur Messung der statischen Bruchenergie, der als Referenzwert für die dynamischen Größen dient, verwendet.

Untersuchungen zur dynamischen Bruchenergie gibt es nur wenige. WEERHEIJM [116] konnte, wie bereits im vorherigen Abschnitt angesprochen, die gesamte Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung messen und dadurch die Bruchenergie angeben. Abbildung 2.9 zeigt die Messung der Verformung an der Vorder- und Rückseite der Probe sowie das Ergebnis einer Simulation. Zu sehen ist, dass an der Vorder- und Rückseite der Probe mit rechteckigem Querschnitt nicht die gleiche Kurve gemessen wurde. Das Zerreißen der Probe ist somit kein symmetrischer Vorgang. WEERHEIJM berechnete aus den gemessenen Kurven die dynamische Bruchenergie, die in der gleichen Größenordnung wie die statische Bruchenergie lag, so dass keine Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit für Spannungsraten bis zu 10 GPa/s festgestellt wurde.

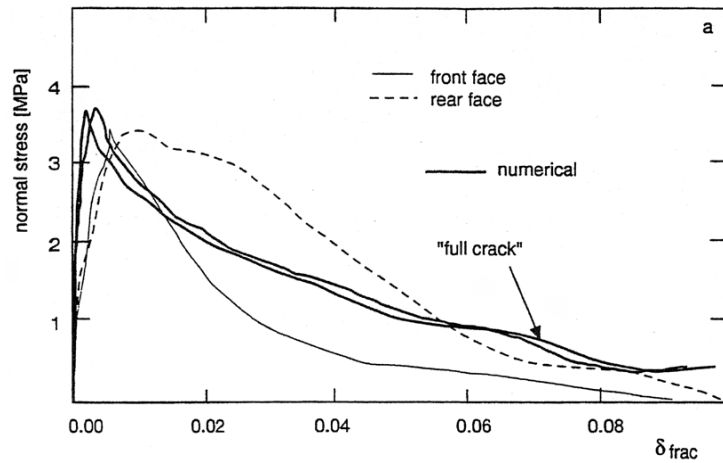


Abbildung 2.9: Spannungs-Verformungskurve im Bereich der Kerbe eines Split-Hopkinson-Bar-Zugversuchs nach WEERHEIJM [116]: Messung an der Vorder- und Rückseite der Probe und Simulationsergebnis

LAMBERT & ROSS [70] messen die dynamische Bruchzähigkeit mit einer SHB-Anlage. Die Proben mit innen liegender Kerbe werden durch Spaltzug belastet.

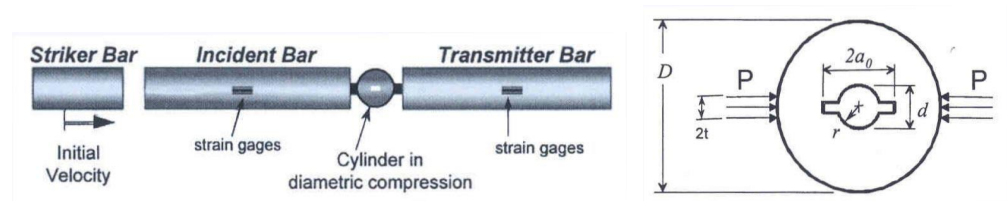


Abbildung 2.10: SHB-Aufbau für den Spaltzugversuch mit in der Probe liegender Kerbe zur Messung der dynamischen Bruchzähigkeit nach Lambert & Ross [70]

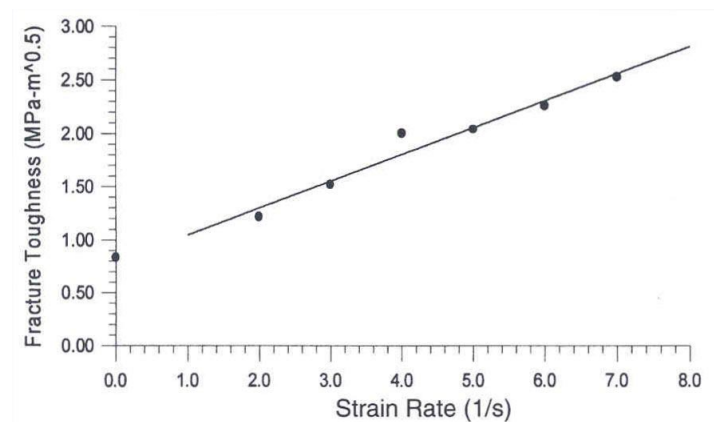


Abbildung 2.11: Bruchzähigkeit in Abhängigkeit der Dehnrates aus Lambert & Ross [70]

LAMBERT stellt bei Dehnraten zwischen 2 1/s und 8 1/s eine lineare Abhängigkeit der Bruchzähigkeit von der Dehnrate fest. Die Dehnrate wird hier aus der Anstiegszeit der transmittierten Welle berechnet. Angaben zur Rissausbreitungsgeschwindigkeit werden nicht gemacht. In Abbildung 2.11 sind die experimentellen Ergebnisse dargestellt.

2.3 Stoßwellenausbreitung und Zustandsgleichung

In dieser Arbeit wird die von RIEDEL [91] entwickelte Zustandsgleichung für Beton (**E**quation **O**f **S**tate) verwendet. Trotzdem soll dieses Kapitel einen Überblick über die zwei gängigsten Verfahren zur Bestimmung der Zustandsgleichung bei Beton geben. Zunächst wird die Entstehung und Ausbreitung von Stoßwellen beschrieben.

Stoßwellen unterscheiden sich grundsätzlich in der Form der Ausbreitung und damit in der Art ihrer Beschreibung von linear elastischen Wellen. Durch die hohen Drücke und die damit verbundene Kompression des Materials entsteht eine Stoßfront mit nahezu diskontinuierlichen Zustandsgrößen. Die Entstehung einer Stoßwelle verdeutlicht Abbildung 2.12. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle hängt von der Steigung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ab. Wie die Hugoniot-Kurve zeigt, nimmt die Steigung mit zunehmender Spannung zu. Das bedeutet, dass sich Wellenanteile mit höheren Spannungen schneller ausbreiten als Anteile mit geringerer Spannung und diese einholen. Die Wellenfront stellt sich auf.

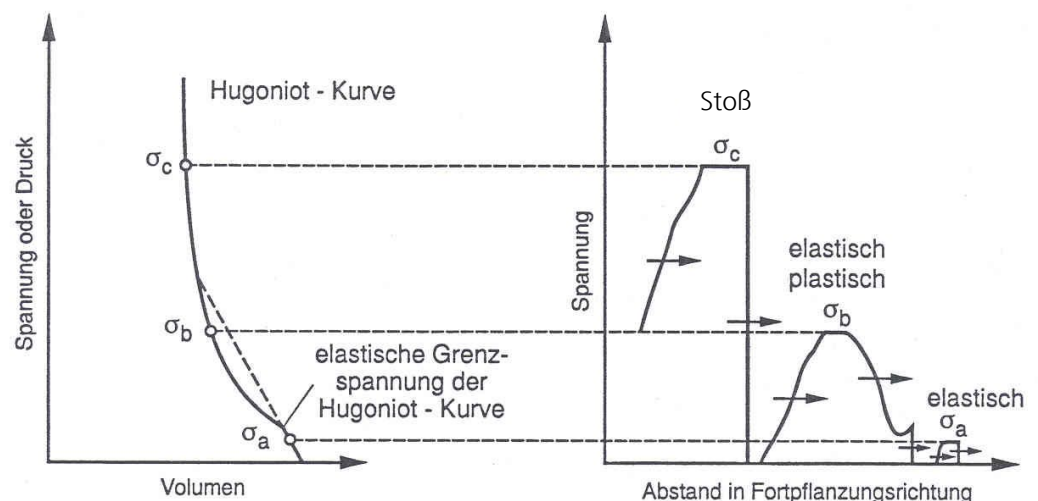


Abbildung 2.12: Entstehung einer Stoßwelle

Idealisiert man die Stoßfront durch eine Diskontinuitätsfläche, so lassen sich die Bilanzgleichungen für eine eindimensionale Stoßfront formulieren. Abbildung 2.13 zeigt die stationäre Stoßfront in einem Euler'schen Bezugssystem unter Vernachlässigung der Volumenkräfte.

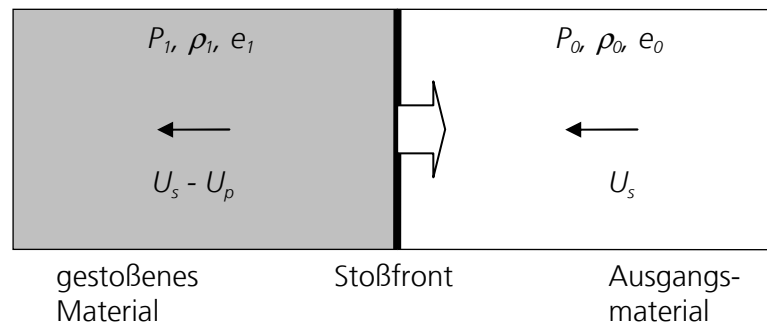


Abbildung 2.13: Stationäre Stoßfront

Setzt man die Größen P_0 , ρ_0 und e_0 im ungestörten Medium als bekannt voraus, so verbleiben noch fünf Unbekannte:

Stoßwellengeschwindigkeit	U_s
Partikelgeschwindigkeit	U_p
Dichte	ρ_1
Druck	P_1
Energie	e_1

Zur eindeutigen Lösung, d.h. zur Bestimmung der Unbekannten, wird neben den drei Erhaltungsgleichungen

$$\rho_1 (U_s - U_p) = \rho_0 U_s$$

$$P_1 - P_0 = \rho_0 U_s U_p \quad (2.4)$$

$$e_1 - e_0 = \frac{1}{2} (P_1 - P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

und einer Rand - bzw. Anfangsbedingung eine experimentell zu bestimmende Hugoniot-Kurve benötigt. Jeder Punkt auf der Hugoniot-Kurve stellt einen

thermodynamischen Gleichgewichtszustand an der Stoßfront dar. Das bedeutet, dass jedem Punkt auf der Hugoniot-Kurve in Abbildung 2.12 eine stoßwellenspezifische innere Energie zugeordnet werden kann. Aus der Hugoniot-Kurve kann unter vereinfachten Annahmen eine Zustandsgleichung abgeleitet werden.

Im Wesentlichen findet man in der Literatur zwei Experimente, die zur Messung der Hugoniot-Kurve von Beton durchgeführt werden: Planar-Platten-Impakt und Kontaktexplosion an Betonplatten. Sie werden im Folgenden erläutert.

Planar-Platten-Impakt

Beim Planar-Platten-Impakt wird eine Platte mit bekannten Materialeigenschaften planparallel auf die Zielplatte geschossen. An der Rückseite der Zielplatte misst man die Geschwindigkeit meist mit einem Laser-Interferometer. Aus der Geschwindigkeitsaufzeichnung können die Stoßwellengeschwindigkeit U_s und die Partikelgeschwindigkeit U_p berechnet werden. Unter Zuhilfenahme der Hugoniot-Gleichungen 2.4 kann die Druck-Dichte-Beziehung angegeben werden. Den Aufbau eines Planar-Platten-Impakt-Versuchs stellt die folgende Abbildung dar:

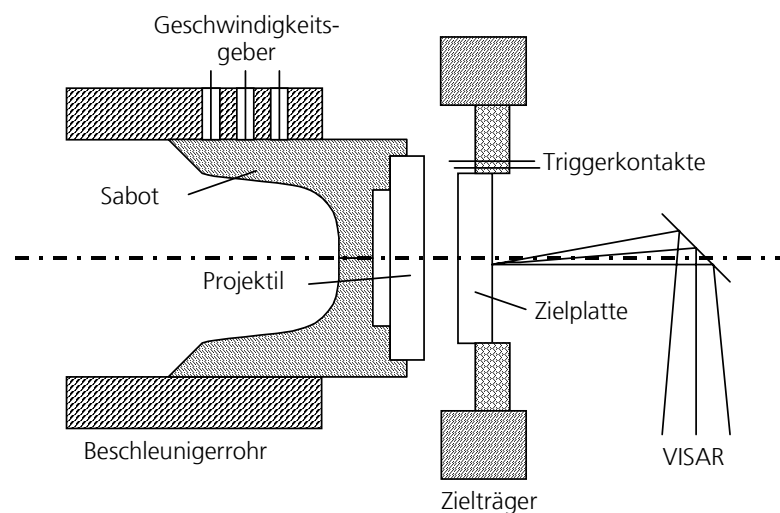


Abbildung 2.14: Experimenteller Aufbau eines Planar-Platten-Impakt-Versuchs

Mit dem Planar-Platten-Impakt-Versuch können somit die Hugoniot-Daten gemessen werden. Für Beton wird häufig der inverse Versuchsaufbau (RIEDEL [91], GRADY [39]) verwendet, bei dem das zu untersuchende Material auf eine Zielplatte mit bekannten Eigenschaften geschossen wird. Mit diesem

Versuchsaufbau können auch Materialparameter während der Entlastung gemessen werden. Im Versuchsaufbau von RIEDEL bestand die Zielpatte aus Stahl. Die Betonprobe hatte zusätzlich ein hinterlegte Scheibe aus Aluminium (Backing).

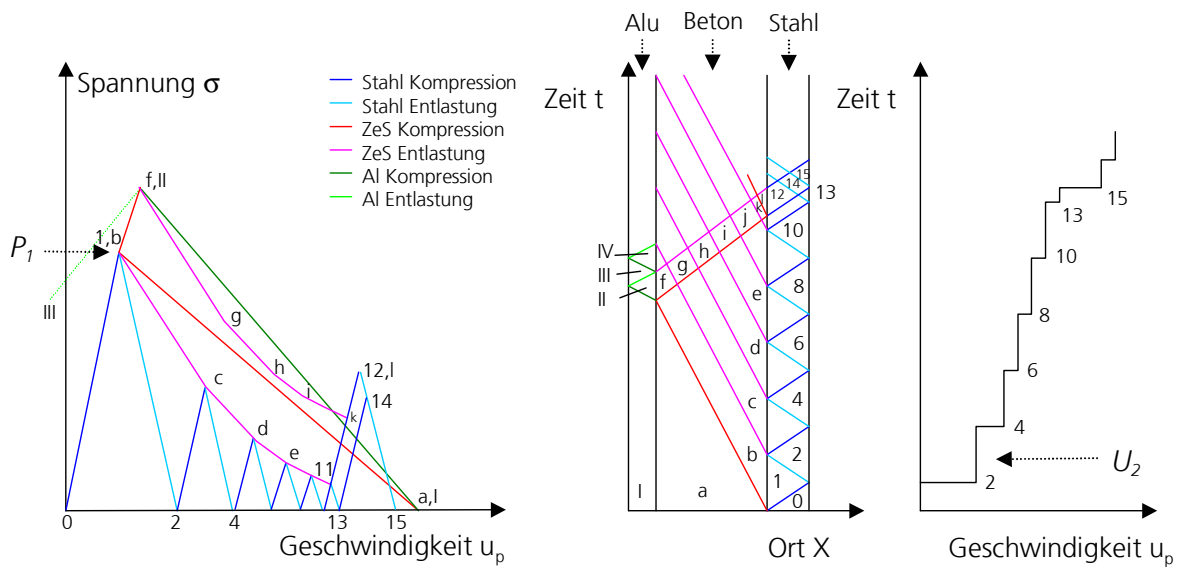


Abbildung 2.15: Druck-Partikelgeschwindigkeits-Diagramm; Lagrange-Diagramm; freie Oberflächengeschwindigkeit der Zielpatte aus RIEDEL [91]

Aus der Aufzeichnung der freien Oberflächengeschwindigkeit kann die Partikelgeschwindigkeit U_p und die Druckspannung P_1 aufgrund der vorliegenden Eigenschaften der Zielpatte direkt berechnet werden (THOMA [113]):

$$P_1 = \rho_0 C_B \left(\frac{1}{2} U_2 \right) + \rho_0 S \left(\frac{1}{2} U_2 \right)^2 \quad (2.5)$$

$$U_p = \frac{1}{2} U_2 \quad (2.6)$$

U_2 ist die gemessene Geschwindigkeit am Punkt 2 aus Abbildung 2.15 rechts, P_1 wird nach Gleichung 2.5 berechnet und ist die Spannung am Punkt 1,b aus Abbildung 2.15 links, ρ_0 ist die Dichte, C_B die akustische Kompressionswellengeschwindigkeit, S die Steigung im U_s - U_p -Diagramm des bekannten Materials Stahl. Mit diesen Größen können alle weiteren Materialparameter

nach den Gleichungen 2.4 angegeben werden. In der Literatur ist es gängig, die Stoßwellengeschwindigkeit über der Partikelgeschwindigkeit oder die Druckspannung über der Kompression darzustellen.

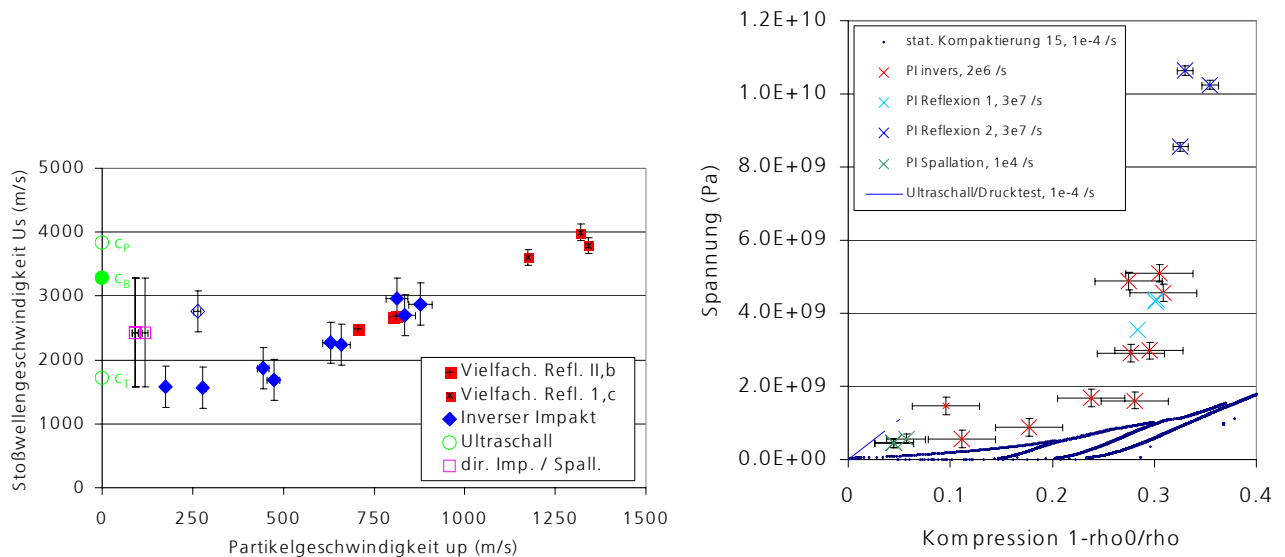


Abbildung 2.16: U_s - U_p -Diagramm, Druckspannung-Kompressions-Diagramm (P-μ) für das Matrixmaterial [91]

Im rechten Diagramm sind zu den einzelnen Stoßwellenexperimenten statische Kompaktierungstests (blaue Linie) eingetragen.

Der Nachteil dieser Methode bei Beton liegt in der kleinen Probengröße. Die Scheiben haben eine Dicke zwischen 5 und 20 mm und sind im Bereich der Größe der Zuschlagskörner. Die Heterogenität der Betonprobe führt zu großen Streuungen der experimentellen Ergebnisse. RIEDEL [91] schlägt aus diesem Grund die Methode der „mesomechanischen Direktsimulation“ vor. Bei dieser Methode werden die Komponenten Matrixmaterial und Zuschlagskorn getrennt charakterisiert und mittels der mesomechanischen Simulation das U_s - U_p -Diagramm des Komposits berechnet.

Kontaktdetonationen an Betonplatten

Alternativ zum Planar-Platten-Impakt werden von einigen Autoren (OCKERT [85], LANDMANN [72] / RUPPERT [100]) Kontaktdetonationen an Betonplatten zur Messung der Zustandsgleichung durchgeführt. Bei der Herstellung der Platte werden Kohle-Masse-Widerstände (KMW-Druckaufnehmer) mit in den Beton eingegossen. Sie werden in unterschiedlichen Abständen zur Plattenoberfläche angeordnet (Abbildung 2.17).

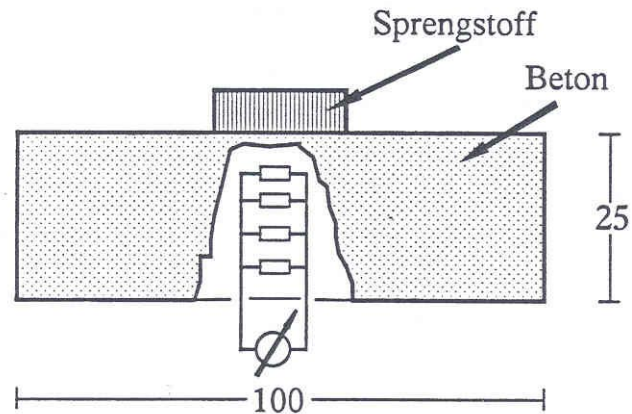


Abbildung 2.17: Prinzipieller Versuchsaufbau des Stoßwellenversuchs aus OCKERT [85]

Die Druckaufzeichnungen in verschiedenen Abständen zum Detonationspunkt liefern die Druckspannung und die Ankunftszeit der Welle. Aus den Ankunftszeiten wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit U_s berechnet, und damit stehen zwei zusätzliche Messgrößen zur Verfügung. Es ist nun wiederum möglich, die fehlenden Größen ρ_i und U_p mit den Gleichungen 2.4 zu berechnen.

Erweiterung der Hugoniot-Kurve zur MIE-GRÜNEISEN-Zustandsgleichung

Wie bereits ausgeführt, stellen die Hugoniot-Daten einen thermodynamischen Gleichgewichtszustand hinter der Stoßfront dar. Um diese Punkte im P - ρ - e Raum (Druck - Dichte - innere Energie) auf eine allgemeine Zustandsfläche $P=f(\rho, e)$ zu erweitern, führt MIE und GRÜNEISEN den Koeffizienten Γ ein.

$$P = P_r(\rho) + \Gamma(\rho)\rho(e - e_r(\rho)) \quad (2.7)$$

In der allgemeinen MIE-GRÜNEISEN-Zustandsgleichung sind $P_r(\rho)$ und $e_r(\rho)$ die Referenzkurven beispielsweise für eine statische Belastungskurve oder der Hugoniot-Kurve. Für eine lineare Beziehung zwischen Stoßwellengeschwindigkeit und Partikelgeschwindigkeit $U_s = C_b + S U_p$ wird für den Grüneisenkoeffizienten folgende vereinfachte Gleichung nach MCDUGDALE [29] angegeben:

$$\Gamma = 2S - 1 \quad (2.8)$$

Diese Beziehung ist sehr praktisch in ihrer Anwendung und ermöglicht die direkte Ableitung einer Zustandsgleichung aus Stoßwellenexperimenten.

2.4 Diskussion

Die ausführliche Literaturrecherche zur einachsigen Zugfestigkeit zeigt, dass dynamische Festigkeiten, die größer als die dreifache statische Festigkeit sind, nur bei Spallationsexperimenten gemessen werden konnten. In diesem hohen Dehnratenbereich von $\dot{\epsilon} \geq 10 \cdot 1/s$ gibt es nur sehr wenig Versuchsergebnisse.

Untersuchungen zur dynamischen Bruchenergie wurden von WEERHEIJM [116] durchgeführt. WEERHEIJM berechnet aus der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung, die mit einer Split-Hopkinson-Bar-Anlage gemessen wurde, die dynamische Bruchenergie und kommt auf einen Wert, der gleich der statischen Bruchenergie ist. Für hohe Dehnraten, wie sie bei Spallationsvorgängen vorkommen ($\dot{\epsilon} \geq 10 \cdot 1/s$), sind dem Verfasser keine experimentellen Untersuchungen bekannt.

Zusammenfassend betrachtet sind aus der Sicht des Autors noch folgende Punkte ungeklärt:

- dynamische Festigkeitssteigerung bei mehrachsigen Spannungszuständen
- Ursache der Festigkeitssteigerung bei hoher Belastungsgeschwindigkeit
- Messung der Schädigung verursacht durch hohe hydrostatische Drücke
- Messung der Bruchenergie bei Dehnraten, wie sie bei Abplatzvorgängen auftreten

Diese Arbeit setzt sich mit den beiden letzten Punkten auseinander. Die bisherigen Untersuchungen zur Festigkeitssteigerung bei mehrachsigen Spannungszuständen beschränken sich auf einachsige dynamische Belastungen mit statischem Querdruck. Dynamisch zwei Belastungspfade zu synchronisieren, ist kaum durchführbar.

3 Theoretische Grundlagen von Werkstoffmodellen

Das dritte Kapitel stellt theoretische Grundlagen, die für die Ableitung der Schädigungsbeschreibung nötig sind, und den Stand der vorhandenen Modelle zusammen. Zunächst wird die Beschreibung der Spannungen und Dehnungen angegeben. Dabei wird Wert auf die dreidimensionale Formulierung gelegt, da die neue Schädigungsbeschreibung in einen 3D-Code implementiert wird.

Einige Grundsätze der Materialtheorien Schadensmechanik und Lokalisierung werden darauf folgend erläutert. Bei der Simulation von hochdynamisch beanspruchten Bauteilen sind bisher nur wenige Ansätze dieser Materialtheorien umgesetzt worden. Eine kurze Darstellung soll eine Beurteilung ermöglichen, inwieweit Bausteine dieser Theorien für hochdynamische Anwendungen einsetzbar sind.

Zum Schluss werden einige Betonmodelle aus der Literatur mit Fokus auf die Beschreibung der Schädigung vorgestellt. Ausführlicher beschrieben wird das RHT-Modell, in das das in dieser Arbeit entwickelte Schädigungsgesetz eingebunden wird (Kapitel 7).

3.1 Numerische Lösung des Anfangs-/Randwertproblems

Simulationsverfahren für die Berechnung von Impakt- oder Explosionsvorgängen lösen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie:

$$\text{Massenerhaltung:} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\text{Impulserhaltung:} \quad \rho \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i$$

$$\text{Energieerhaltung:} \quad \rho \frac{de}{dt} = -P \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + S_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

Die zu betrachtenden Belastungsszenarien stellen kombinierte Anfangs-/Randwertprobleme dar. Zur Lösung der partiellen Differentialgleichungen eignet sich unter anderem das Finite-Differenzen-Verfahren. Dabei wird das Problem in Raum und Zeit diskretisiert.

Für die Simulation der Anwendungen in Kapitel 8 und der Laborversuche aus Kapitel 7.5 wird der kommerzielle Berechnungscode „AUTODYN“ [83] eingesetzt. Zur Lösung des Anfangswertproblems wird eine explizite Zeitintegration durchgeführt. Die Berechnungsschritte, die in jedem Zeitschritt durchgeführt werden, sind in Abbildung 3.1 schematisch zusammengefasst. Startet man bei den Knotenkräften, in die äußere Kräfte und Kontaktkräfte mit einfließen, werden über die Impulserhaltung die Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und die Verschiebungen an den Knotenpunkten berechnet. Aus den Verschiebungen der Knoten werden die Volumenänderungen und die Dehnraten der Zellen bestimmt, die nun an den Integrationspunkten der Zellen vorliegen. Über die Stoffgleichungen und die Zustandsgleichung berechnen sich die Spannungen, der Druck und die innere Energie. Sie sind die Basis für die Berechnung der Knotenkräfte, die wiederum der Startpunkt für den nächsten Zeitschritt sind.

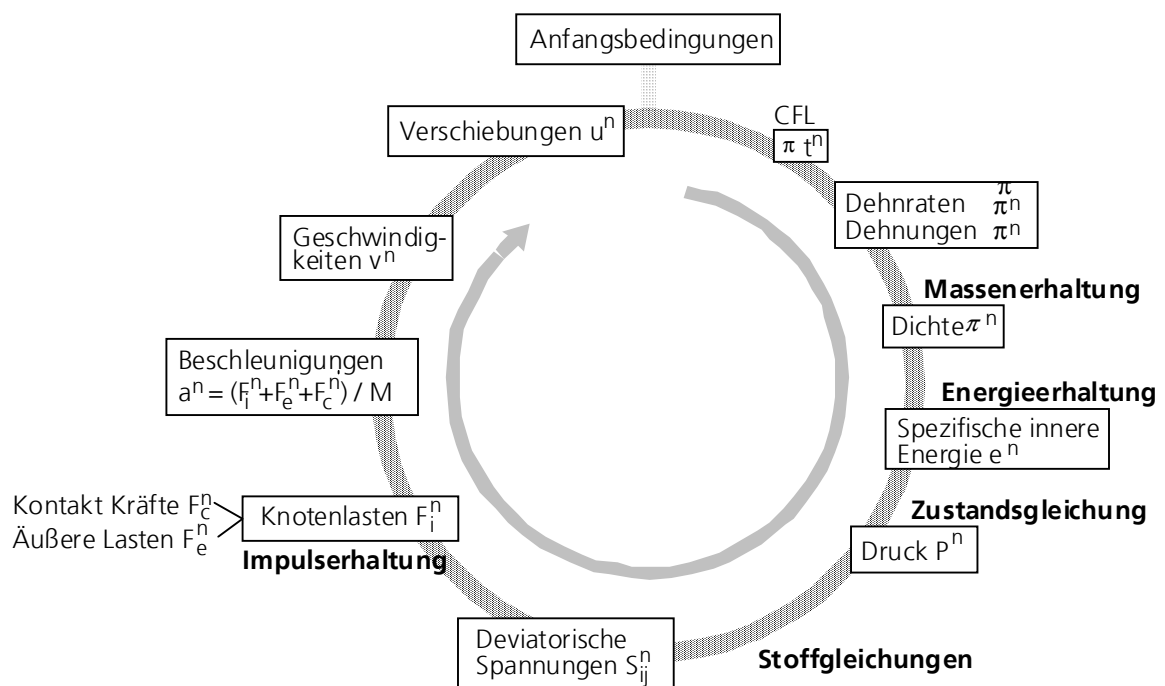


Abbildung 3.1: Rechenoperationen innerhalb eines Zeitinkrements bei expliziter Zeitintegration

3.2 Kontinuumsmechanische Grundlagen

Die mathematische Beschreibung des Werkstoffverhaltens auf makroskopischer Ebene erfolgt mit Hilfe der Kontinuumsmechanik. Auf dieser Grundlage werden Werkstoffmodelle formuliert, die in der numerischen Simulation ihre Anwendung finden. Der folgende Abschnitt stellt die wichtigsten Formulierungen von Spannungen und Dehnungen mit Hilfe der Tensorrechnung zusammen, um die Basis für die Ableitung von Stoffgesetzen zu schaffen. Stoffgesetze setzen Spannungen und Dehnungen in Beziehung.

Spannungstensor

Der Spannungszustand an einem Punkt kann durch einen symmetrischen Tensor zweiter Ordnung in einem kartesischen Koordinatensystem mit den Richtungen 1, 2 und 3, dem Cauchy-Spannungstensor, beschrieben werden:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Die Komponenten auf der Diagonalen beschreiben die Normalspannungen, die restlichen Komponenten die Schubspannungen. Durch Drehen des Koordinatensystems lässt sich der Spannungstensor in eine „Normalform“ überführen, in der nur die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 belegt sind. Berechnet werden sie aus der charakteristischen Gleichung

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (3.3)$$

in der die Koeffizienten I_1 , I_2 und I_3 die Invarianten des Spannungstensors darstellen:

$$I_1 = \sigma_{ii} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (3.4)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & \sigma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad (3.6)$$

Die Invarianten hängen nur vom Spannungszustand ab und sind vom Koordinatensystem unabhängig. Sie können auch als Funktion der Hauptspannungen dargestellt werden:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.7)$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \quad (3.8)$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \quad (3.9)$$

Bei der Formulierung der Werkstoffgesetze, besonders für Modelle in „Hydrocodes“, macht es Sinn, den Spannungstensor in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil zu zerlegen. Der hydrostatische Anteil wird als mittlere Normalspannung σ_m , Oktaedernormalspannung σ_{oct} oder hydrostatischer Druck P bezeichnet:

$$\sigma_m = \sigma_{oct} = P = -\frac{1}{3}I_1 \quad (3.10)$$

Deviatorischer Spannungstensor und seine Invarianten

Subtrahiert man den hydrostatischen Spannungszustand (negatives Vorzeichen) vom Spannungstensor σ_{ij} , erhält man den deviatorischen Spannungstensor s_{ij} :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + P \delta_{ij} \quad \delta_{ij} = \text{Kronecker-Delta} \quad (3.11)$$

In einer ähnlichen Weise, wie aus dem Spannungstensor die Hauptspannungen berechnet werden, werden die deviatorischen Spannungen in Richtung der Hauptachsen berechnet. Die charakteristische Gleichung hierfür ist

$$s^3 - J_1 s^2 + J_2 s - J_3 = 0 \quad (3.12)$$

mit den Invarianten J_1 , J_2 und J_3 des deviatorischen Spannungstensors.

$$J_1 = s_{ii} = s_{11} + s_{22} + s_{33} = s_1 + s_2 + s_3 = 0 \quad (3.13)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \frac{1}{2} (s_{11}^2 + s_{22}^2 + s_{33}^2 + 2s_{12}^2 + 2s_{23}^2 + 2s_{31}^2) \quad (3.14)$$

$$= \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{vmatrix} \quad (3.15)$$

$$= \frac{1}{3} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) = s_1 s_2 s_3$$

HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraum (Hauptspannungsraum)

Nimmt man die drei Hauptspannungen als die Koordinaten, kann ein dreidimensionaler Spannungsraum aufgespannt werden. Jeder Spannungszustand kann in diesem Raum wiedergegeben werden und hat die Koordinaten σ_1 , σ_2 , und σ_3 . Diese Wiedergabe des Spannungszustandes ist bekannt als HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraum.

Die Aufspaltung eines Spannungszustandes in einen hydrostatischen und deviatorischen Anteil kann geometrisch veranschaulicht werden:

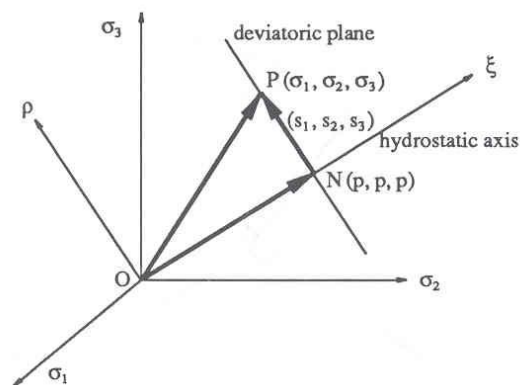


Abbildung 3.2: HAIGH-WESTERGAARD-Spannungsraum

Ein willkürlicher Spannungspunkt, dargestellt als Vektor **OP**, kann in die beiden Vektoren **ON** und **NP** zerlegt werden. **ON** = (p, p, p) zeigt in Richtung des Einheitsvektors und gibt die hydrostatische Komponente des Spannungszustands an. Die Länge von **ON** beträgt ξ .

$$\xi = \sqrt{3}P = \sqrt{3}\sigma_{oct} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.16)$$

Jede Ebene senkrecht zum Vektor **ON** wird als Deviatorebene bezeichnet. Bei $\xi = 0$ trägt sie den Namen π -Ebene. Die Länge des Vektors **NP** = (s_1, s_2, s_3) beträgt ρ :

$$\rho = (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)^{1/2} = \sqrt{2J_2} = \sqrt{3}\tau_{oct} \quad (3.17)$$

In der Gleichung 3.17 gibt

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} \quad (3.18)$$

die Oktaederschubspannung an.

Abbildung 3.3 stellt die Projektion des Vektors **NP** nach **N'P'** und der Koordinatenachsen σ_i nach σ'_i in der Deviatorebene dar.

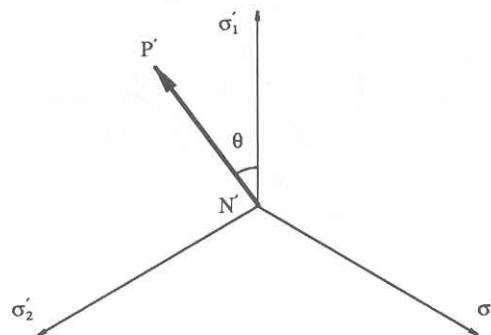


Abbildung 3.3: Spannungszustand in der Deviatorebene

Der Winkel θ in der Deviatorebene berechnet sich nach Gleichung 3.19.

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (3.19)$$

Mit den drei neuen gewonnen Variablen ξ , ρ und θ kann jeder Spannungspunkt beschrieben werden. Sie bieten so eine Alternative zur Beschreibung durch die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 .

Dehnungstensor

Die Dehnungen an einem Punkt eines verformten Körpers können durch den symmetrischen Dehnungstensor zweiter Ordnung beschrieben werden.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Die Komponenten auf der Diagonalen können als Dehnungen gedeutet werden, die Komponenten mit gemischten Indizes als Gleitungen. Analog zur Berechnung der Hauptspannungen werden die Hauptdehnungen berechnet:

$$\varepsilon^3 - I_1' \varepsilon^2 + I_2' \varepsilon - I_3' = 0 \quad (3.21)$$

I_1', I_2', I_3' sind die Invarianten des Dehnungstensors:

$$I_1' = \varepsilon_{ii} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} \quad (3.22)$$

$$I_2' = \begin{vmatrix} \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{vmatrix} \quad (3.23)$$

$$I_3' = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \quad (3.24)$$

Die Aufspaltung des Dehnungen ε_{ij} in volumetrische und deviatorische Dehnungen erfolgt nach Gleichung 3.25.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + e_{ij} \quad (3.25)$$

$\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \Delta V / V$ ist die volumetrische Dehnung und entspricht der Volumenänderung pro Einheitsvolumen. Die deviatorischen Dehnungen e_{ij} entsprechen den Gleitungen für gemischte Indizes, die zuvor beschrieben wurden. Nun ist es, wie für die Spannungen, möglich, die Hauptdehnungen des deviatorischen Anteils und die Invarianten des deviatorischen Dehnungstensors zu berechnen. Ausführungen sind in CHEN [22] zu finden.

Elastisches Werkstoffgesetz

Das Werkstoffgesetz, auch als konstitutive Gleichungen bezeichnet, stellt den Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen her. Die einfachste Form ist das Hooke'sche Gesetz für lineares isotropes Materialverhalten.

$$\sigma_{ij} = P \cdot \delta_{ij} + s_{ij} = K \cdot \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \cdot e_{ij} \quad (3.26)$$

in der K den Kompressionsmodul und G den Schubmodul angibt. Die Berechnung der Spannungen aus den Druck- und den deviatorischen Anteilen folgt der Berechnung der Spannungen, wie sie in Hydrocodes durchgeführt werden.

Plastisches Werkstoffverhalten

Viele Materialien zeigen nach Überschreiten eines bestimmten Spannungsniveaus bleibende Verformungen. Diese Grenze wird als Fließpunkt oder Fließgrenze bezeichnet. Für die Beschreibung von mehrdimensionalen Spannungszuständen geht der Fließpunkt in eine Fließfläche

$$f(\sigma_{ij}, k_1, \dots, k_n) = 0 \quad (3.27)$$

über, die vom Spannungszustand, aber auch von weiteren Variablen k_i , wie z.B. Verfestigungs- oder Entfestigungsparametern, abhängen kann. Für isotropes Material lässt sich dieses Kriterium als Funktion der Hauptspannungen

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k_1, \dots, k_n) = 0 \quad (3.28)$$

umschreiben oder als Funktion der Invarianten bzw. der HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten

$$f(I_1, J_2, J_3, k_1, \dots, k_n) = 0, \quad (3.29)$$

$$f(\xi, \rho, \theta, k_1, \dots, k_n) = 0 \quad (3.30)$$

angeben. Wird das Material nach Erreichen der Fließgrenze weiter verformt, entstehen neben den elastischen Dehnungen zusätzlich bleibende Dehnungen, die auch als plastische Dehnungen bezeichnet werden.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^{el} + d\epsilon_{ij}^{pl} \quad (3.31)$$

Wie sich die Komponenten des plastischen Dehnungstensors $d\epsilon_{ij}^{pl}$ zusammensetzen wird durch die Fließregel bestimmt. Es wird ein plastisches Potential $g(\sigma_{ij})$ eingeführt, um die Fließregel festzulegen.

$$d\epsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.32)$$

Darin ist $d\lambda$ der positiv definierte Lagrange-Multiplikator. Assoziiertes fließen erhält man, wenn für die Potentialfunktion die Fließfunktion verwendet wird:

$$g = f$$

3.3 Schadensmechanik

Grundbegriffe

Ein reales Material enthält meistens schon im Ausgangszustand eine Vielzahl von Defekten wie Mikrorisse oder Poren. Bei einem Deformationsvorgang können sich diese Hohlräume vergrößern und verbinden, während es an Spannungskonzentratoren (z.B. Einschlüsse, Korngrenzen, Inhomogenitäten) gleichzeitig zu weiteren Materialtrennungen kommt, d.h. neue Mikrodefekte entstehen. Hierdurch ändern sich die makroskopischen Eigenschaften des Materials, und seine Festigkeit wird merklich reduziert. Diesen Prozess der Strukturänderung des Materials nennt man Schädigung. Er führt in seinem Endstadium zur vollständigen Auflösung der Bindungen, d.h. zur Materialtrennung und zur Bildung eines makroskopischen Risses.

Die Beschreibung des makroskopischen Verhaltens eines geschädigten Materials kann im Rahmen der Kontinuumsmechanik erfolgen. Die auftretenden Spannungen oder Verzerrungen sind dann als Mittelwerte über ein repräsentatives Volumenelement (RVE) aufzufassen, in welchem sich der Schädigungsprozess abspielt. Der Schädigungszustand wird durch die so genannte Schädigungsvariable (innere Variable) erfasst. Für diese muss ein Evolutionsgesetz aufgestellt werden, das die Entwicklung der Schädigung physikalisch adäquat beschreibt. Hierbei kann man sich auch mikromechanischer Modelle, welche die wesentlichen Eigenschaften der Defekte abbilden, bedienen. In den folgenden Kapiteln werden die Grundbegriffe erläutert.

Isotrope Schädigung - anisotrope Schädigung

Ein Ansatz zur Beschreibung des Schädigungszustandes besteht in seiner geometrischen Quantifizierung. Diese Idee geht auf KACHANOV (1958) zurück und drückt die Schädigung über das Verhältnis der Defektfläche A_D zur Gesamtfläche A aus. Als Defektfläche bezeichnet man die Flächenanteile, die aus Mikrorissen und Poren bestehen. Hierzu stellt Abbildung 3.4 einen Schnitt durch einen geschädigten Körper und die dazugehörige Flächennormale dar.

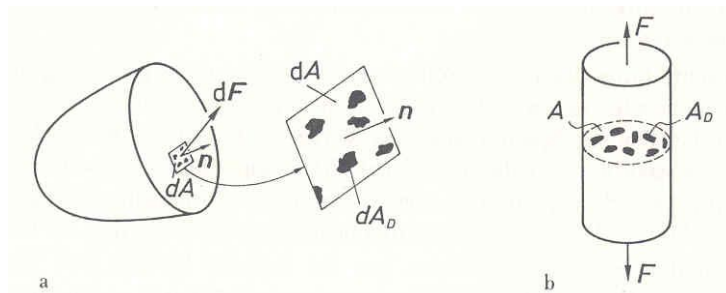


Abbildung 3.4: Definition der Schädigung bei geometrischer Quantifizierung

Die Schädigung im betrachteten Schnitt dA_i , dessen Flächennormale als n_i bezeichnet wird, wird definiert als:

$$D = \frac{A_D}{A} \quad \forall n_i \quad (3.33)$$

Beim Deformationsprozess wachsen die Mikrorisse bzw. Poren bevorzugt in Richtung der Hauptspannungen. In diesem Fall ist die Schädigung abhängig von n_i . Sie ist somit anisotrop und wird durch den Tensor D_{ijkl} beschrieben. Von isotroper Schädigung spricht man, wenn die Defekte keine Vorzugsrichtung besitzen, sondern in alle Richtungen gleich verteilt sind. Gleichung 3.34 und 3.35 setzen die makroskopischen Spannungen σ_{ij} und die mikroskopischen Spannungen $\hat{\sigma}_{ij}$ für den Fall der isotropen und der anisotropen Schädigung in Beziehung.

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D} \quad \text{isotrope Schädigung} \quad (3.34)$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = (\delta_{ijkl} - D_{ijkl})^{-1} \sigma_{kl} \quad \text{anisotrope Schädigung} \quad (3.35)$$

Die meisten anisotropen Schadensmodelle nutzen die Transformation der tatsächlichen Größen in die effektiven (mikroskopischen) Größen. Sie kann durch drei Äquivalenzhypothesen formuliert werden.

- **Hypothese der äquivalenten Dehnungen:** Effektive Spannungen, aufgebracht auf das ungeschädigte Material, führen zu den gleichen Dehnungen wie makroskopische Spannungen, aufgebracht auf das schadhafte Material.
- **Hypothese der äquivalenten Spannungen:** Effektive Dehnungen, aufgebracht auf das ungeschädigte Material, führen zu den gleichen Spannungen wie Dehnungen, aufgebracht auf das schadhafte Material.
- **Hypothese der Energieäquivalenz:** Die gespeicherte Energie in effektiven Spannungen bzw. Dehnungen entspricht der elastischen Energie des geschädigten Materials.

Das Konzept der effektiven Größen ist sehr hilfreich und reduziert die Komplexität des Problems. Statt eine Beziehung zwischen elastischen und geschädigten Steifigkeiten (Tensor vierter Stufe) zu finden, muss nun nur eine Beziehung zwischen makroskopischen und effektiven Größen gefunden werden (Tensor zweiter Stufe). Mit einem Schädigungstensor, der die Beziehung zwischen makroskopischen und effektiven Größen herstellt, kann orthotropes Schädigungsverhalten modelliert werden. Dieser Tensor eignet sich zur Beschreibung von Rissen bei spröden Materialien (vergleiche auch Kapitel 3.5, Materialmodell von SCHMIDT-HURTIGNE [103]).

Kopplung von Plastizität und Schädigung

Mit Hilfe der Plastizitätstheorie werden bleibende Dehnungen beschrieben. Die Schadensmechanik beschreibt die Abnahme der Steifigkeit während des Deformationsprozesses.

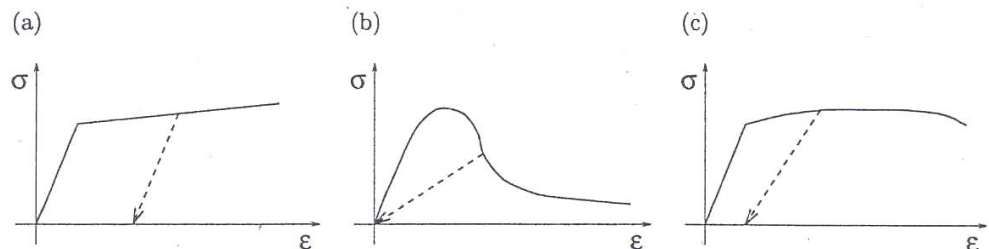


Abbildung 3.5: Typisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm für a) elasto-plastisches Material b) geschädigtes Material c) Kombination zwischen Plastizität und Schädigung

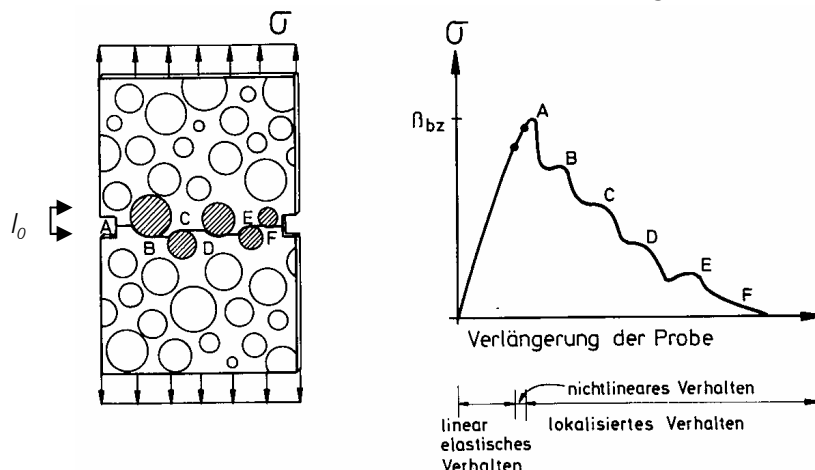
Reale Materialien zeigen üblicherweise beide Phänomene, permanente Verformungen und den Verlust der Integrität (Reduzierung der Steifigkeit). Entlastungspfade liegen also irgendwo zwischen beiden Extremen (Abb. 3.5c).

Die Messung der Modellparameter für ein kombiniertes Plastizitäts-/Schädigungsgesetzes kann an zyklischen Versuchen erfolgen. Durch mehrfaches Be- und Entlasten der Proben im Bereich der permanenten Verformungen findet eine schrittweise Degradierung der Steifigkeit statt.

3.4 Lokalisierung und Rissbildung

Inobjektivität des Standard-Dehnungs-Entfestigungs-Kontinuums (DE BORST [16])

Um das Versagen von Betonstrukturen simulieren zu können, muss das Materialverhalten bei der Rissöffnung objektiv beschrieben werden, so dass die Ergebnisse der Simulation nicht von subjektiven Gesichtspunkten wie der Wahl des Koordinatensystems oder der Wahl der Vernetzung abhängen [8]. Bei spröden Materialien lokalisieren die Dehnungen bei der Rissöffnung in einer sehr schmalen Zone, der Prozesszone. Sie hat eine so geringe Ausdehnung, dass eine Messung der Dehnungen in der Prozesszone nicht möglich ist. Während der Entfestigung kann also eine physikalische Spannungs-Dehnungs-Beziehung nicht angegeben werden. Gemessen wird die Kraft-Verformungskurve oder die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für eine gewählte Messlänge l_0 . Abbildung 3.6 zeigt skizzenhaft einen Zugversuch, bei dem ein Riss im Bereich der Kerbe zu sehen ist. Zusätzlich dargestellt ist die Spannungs-



Verformungskurve.

Abbildung 3.6: Rissfortpflanzung in Beton unter einaxialer Zugspannung und zugehöriges Spannungs-Verformungs-Diagramm nach VAN MIER [114]

Führt man nun eine Finite Element Berechnung des Zugversuchs mit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ermittelt mit der Länge l_0 durch, kann die Kraft-Verformungs-Kurve nur dann wiedergegeben werden, wenn die Elementlänge der Messlänge l_0 entspricht. Andere Elementlängen führen zu anderen Simulationsergebnissen. Die Beschreibung des Materialverhaltens mit einer Standard-Dehnungs-Entfestigung führt also zu vernetzungsabhängigen Ergebnissen. Dies Phänomen wird bei Finite Element Berechnungen als „Inobjektivität des Standard-Dehnungs-Entfestigung-Kontinuums“ bezeichnet. Es wird nun aus der Sicht der Finite Elemente das Problem der Inobjektivität illustriert. Hierzu wird ein Zugstab, der aus m Elementen besteht, betrachtet. In Abbildung 3.7 ist ε_0 die zur Zugfestigkeit f_t gehörende Dehnung und ε_u die Versagensdehnung.

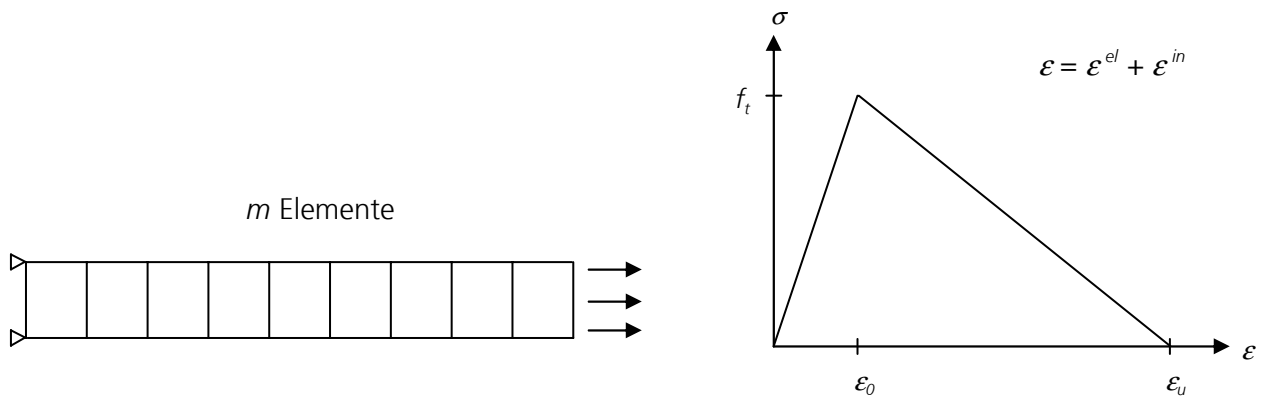


Abbildung 3.7: Dehnungsentfestigung eines einaxialen Zugstabes, der aus m Elementen besteht

Abbildung 3.7 zeigt den Zugstab und die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Elemente. Geht man von einer Imperfektion in einem Element aus, d.h. dieses Element besitzt eine geringfügig kleinere Zugfestigkeit als die restlichen Elemente, so entlastet dieses Element, nachdem die Zugfestigkeit überschritten ist entlang der Entfestigungsgerade, während die übrigen Elemente elastisch entlasten. Die mittlere Dehnung im Zugstab $\bar{\varepsilon}$ berechnet sich aus den inelastischen Dehnungen ε^{in} eines Elementes und den elastischen Dehnungen ε^{el} der restlichen Elemente nach:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon^{el} + \frac{\varepsilon^{in}}{m} \quad (3.36)$$

Es zeigt sich also, dass die mittlere Dehnung von der Diskretisierung abhängt. In Abbildung 3.8 sind die Grenzfälle $m = 1$ und $m = \infty$ sowie $m = 2$ dargestellt.

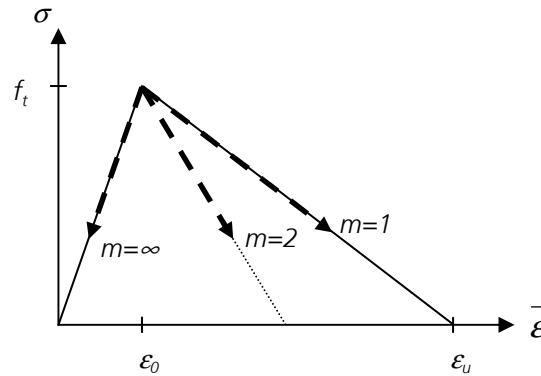


Abbildung 3.8: Vernetzungsabhängigkeit der mittleren Dehnung beim einaxialen Zugstab

Das gezeigte Beispiel veranschaulicht an einem Zugstab den Einfluss der Elementgröße auf das globale Spannungsdehnungsverhalten. Neben der Abhängigkeit von der Elementgröße wurde auch eine Abhängigkeit von der Ausrichtung der Elemente festgestellt. Zur Erhaltung der Objektivität der Berechnung gibt es Regularisierungsmethoden. Diese Methoden werden nun kurz vorgestellt, mit dem Ziel, das Prinzip der jeweiligen Methode zu erläutern.

Lokale Regularisierungsmethode, basierend auf der Bruchenergie

Sie stellt die einfachste Methode der Regularisierung dar und basiert auf der Einführung der Materialkonstanten Bruchenergie G_f . Gleichung 3.37 gibt die Bruchenergie bei linearer Entfestigung an. Hierin ist h die Rissweite bzw. die Größe der Lokalisierungszone und f_t die Zugfestigkeit.

$$G_f = h \int_0^{\varepsilon_u} \sigma \, d\varepsilon^{in} = \frac{h \cdot f_t \cdot \varepsilon_u}{2} \quad (3.37)$$

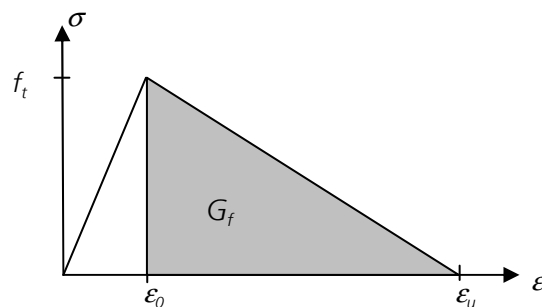


Abbildung 3.9: Bruchenergie bei linearer Entfestigung

Der Entfestigungsmodul E^{sof} wird nach Gleichung 3.38 berechnet. Er ist abhängig von der Lokalisierungszone h , die in der Simulation der Elementlänge entspricht. Aus diesem Grunde spricht man auch vom „netzangepassten Entfestigungsmodul“.

$$E^{sof} = - \frac{f_t}{\varepsilon_u} = - \frac{h \cdot f_t^2}{2 \cdot G_f} \quad (3.38)$$

Man unterscheidet nun die **netzangepasste Methode** und das **Crack Band Model**. Bei der netzangepassten Methode wird h der Elementlänge gleichgesetzt. Der Entfestigungsmodul ist also abhängig von der Diskretisierung. Dies gilt auch für die inelastischen Dehnungen in der Lokalisierungszone. Beim Crack Band Model wird die Elementgröße der Größe der Lokalisierungszone gleichgesetzt. Beide Modelle bringen eine Verbesserung der Objektivität für das Verhalten der Gesamtstruktur, können aber die Prozesszone nur ungenügend wiedergeben, da die Dehnungen in nur einer Elementreihe lokalisieren. Folglich können die Ergebnisse abhängig von der Ausrichtung oder der Form der Elemente sein.

Verbesserte Regularisierung (Lokalisierungsbegrenzer)

Dem Problem der ungenügenden Abbildung der Prozesszone widmen sich die folgenden Modelle. Die grundlegende Idee ist die Einführung einer internen Länge, die im Experiment der Größe der Prozesszone entspricht. Mit diesen Modellen ist es möglich, die Größe des lokalisierten Dehnungsbereichs abzubilden. Sie führen bei Netzverfeinerung nicht zu infinitesimal kleinen Lokalisierungszonen und werden deshalb Lokalisierungsbegrenzer genannt. Man unterscheidet drei Modelle, die eine verbesserte Regularisierung beinhalten.

- *Nichtlokale Integralkontinua*
- *Gradientenerweiterte Kontinuumsmodelle*
- *Berücksichtigung viskoser Effekte*

BAZANT [8] gibt als mathematische Begründung für die Einführung des nichtlokalen Kontinuums die bereits erwähnte Instabilität eines lokalen Kontinuums an. Mit zunehmender Netzverfeinerung wird die Lokalisierungszone in der Simulation immer kleiner, so dass auch die dissipierte Energie für den Bruch immer kleiner wird. Aus physikalischer Sicht kann die Einführung des nichtlokalen Kontinuums wie folgt begründet werden. Während der Bildung und dem Wachsen von Mikrorissen findet eine Interaktion mit benachbarten Mikrorissen statt. Die Rissbildung an einer Position wird also beeinflusst von der Rissbildung oder von vorhandenen Rissen in der Nachbarschaft.

Nichtlokale Integralkontinua (BAZANT, PIAUDIER-CABOT [7] [87])

Nichtlokal bedeutet, dass die inelastischen Dehnungen nicht nur Funktionen des Ortes sind, sondern auch von den inelastischen Dehnungen in der Nachbarschaft abhängen. Die inelastischen Dehnungen um den Ort x werden mit einer Gewichtungsfunktion $g(\xi)$ multipliziert. Somit werden die Dehnungen über einen größeren Bereich verschmiert, was der Lokalisierung in einer Elementreihe vorbeugt.

$$\bar{\varepsilon}^{in}(x) = \int_{-L/2}^{L/2} g(\xi) \varepsilon^{in}(x + \xi) d\xi \quad (3.39)$$

Für die Gewichtungsfunktion können Verteilungsfunktionen aus der Statistik oder andere Ansätze verwendet werden. In dem hier gezeigten Beispiel wird die Gauß'sche Verteilung verwendet.

$$g(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2L^2}\right) \quad (3.40)$$

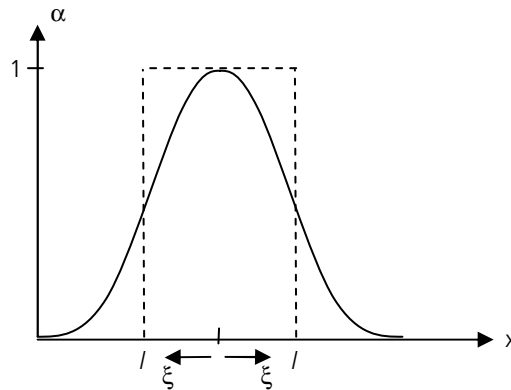


Abbildung 3.10: Gauß'sche Verteilung für die Gewichtung der inelastischen Dehnungen

Setzt man zum Beispiel die Fehlerfunktion $g(\xi) = 1/(2\sqrt{\pi}) \cdot \exp(-\xi^2/4)$ für die Gewichtungsfunktion in die nichtlokale Dehnungsbeziehung ein, führt dies zum folgenden Ausdruck:

$$\bar{\varepsilon}^{in}(x) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4}\right) \varepsilon^{in}(x + \xi) d\xi \quad (3.41)$$

Die interne Länge l wird aus der Verteilungsfunktion berechnet, wie der Trägheitsradius einer Fläche berechnet wird. Gleichung 3.42 gibt die Formel an. Für die Gauß'sche Verteilung beträgt die interne Länge $l = L$.

$$l = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} \xi^2 g(\xi) d\xi}{\int_0^{\infty} g(\xi) d\xi}} \quad (3.42)$$

Beim nichtlokalen Modell ist es offensichtlich, dass sich die inelastischen Dehnungen bei Netzverfeinerung nicht nur auf eine Zelle beschränken, da die Dehnungen der Nachbarzelle mit berücksichtigt werden. So kann die Ausdehnung der Lokalisierungszone reguliert werden. Diese Art der Modelle bedürfen der Einführung zweier weiterer Parameter: der internen Länge l und der Form der Gewichtungsfunktion.

Gradientenerweiterte Kontinuumsmodelle (DE BORST [17])

Gradientenmodelle können als differenzielles Gegenstück der integralen nichtlokalen Formulierungen gesehen werden. Statt der Einführung einer Nichtlokalität durch räumliche Interaktion werden in der konstitutiven Beziehung Gradienten höherer Ordnung berücksichtigt. Dies führt zum verschmieren des Schädigungsbereichs über die Prozesszone. Die Berücksichtigung höherwertiger Gradienten kann direkt aus der nichtlokalen Integralgleichung abgeleitet werden, indem $\varepsilon^{in}(x+\xi)$ vom Punkt x aus in einer Taylor-Reihe entwickelt wird. Aus Gleichung 3.41 wird Gleichung 3.43.

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^{in}(x) = & \int_{-L/2}^{L/2} \frac{l}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{l^2 \xi^2}{4}\right) \varepsilon^{in}(x) d\xi + \\ & \int_{-L/2}^{L/2} \frac{l\xi}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{l^2 \xi^2}{4}\right) \frac{d\varepsilon^{in}(x)}{dx} d\xi + \\ & \int_{-L/2}^{L/2} \frac{l\xi^2}{4\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{l^2 \xi^2}{4}\right) \frac{d^2 \varepsilon^{in}(x)}{dx^2} d\xi + \dots \end{aligned} \quad (3.43)$$

Mit der Annahme $L \gg l$ und der Vernachlässigung von höheren Gliedern führt die obige Gleichung auf das um höhere Gradienten angereicherte Modell:

$$\bar{\epsilon}^{in}(x) = \epsilon^{in} + l^2 \frac{d^2 \epsilon^{in}}{dx^2} \quad (3.44)$$

Zur Veranschaulichung wird ein Stab unter einaxialem Zug betrachtet. Die Spannungsrate entlang des Stabes muss aus Gleichgewichtsgründen konstant sein. Sie berechnet sich wie folgt:

$$\dot{\sigma} = H \dot{\epsilon}^{in} - g \frac{d^2 \dot{\epsilon}^{in}}{dx^2} \quad (3.45)$$

Hierin ist H der Entfestigungsmodul und g eine Materialkonstante. Zur Lösung der Differentialgleichung 2. Ordnung wird der folgende Ansatz verwendet:

$$\dot{\epsilon}^{in}(x) = \frac{\dot{\sigma}}{H} + C_1 \sin \frac{x}{l} + C_2 \cos \frac{x}{l} \quad (3.46)$$

$$l = \sqrt{-\frac{g}{H}}$$

Die Integrationskonstanten lassen sich aus den Randbedingungen $\dot{\epsilon}^{in}(-L_s/2) = 0$ und $\dot{\epsilon}^{in}(L_s/2) = 0$ bestimmen (L_s = Länge der Lokalisierungszone). Mit $L_s = 2\pi l$ ergibt sich die Verteilung der inelastischen Dehnungen über die Prozesszone:

$$\dot{\epsilon}^{in}(x) = \frac{\dot{\sigma}}{H} \left(1 + \cos \frac{x}{l} \right) \quad (3.47)$$

In Abbildung 3.11 ist die Verteilung der plastischen Dehnungen über die Stablänge dargestellt (mit $l=1$). Sie zeigt deutlich nichtlokales Verhalten. Der Parameter l bestimmt die Größe der Lokalisierungszone und übernimmt die Rolle der internen Länge.

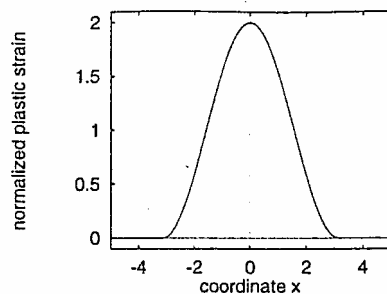


Abbildung 3.11: Verteilung der plastischen Dehnungen bei gradientenverbesselter Plastizität

Berücksichtigung viskoser Effekte (SLUYS [110], NEEDLEMAN [84])

Die viskose Regularisierungsmethode führt eine ratenabhängige konstitutive Beziehung ein (Gleichung 3.48). Dieser Ansatz ist aus physikalischer Sicht vielversprechend, da während des Versagens die Gesamtstruktur instabil wird und hohe Dehnraten in der Versagenszone auftreten. SLUYS [110] schlägt für den eindimensionalen Fall ein von der Dehnrate linear abhängiges Rissmodell vor:

$$\sigma = f_t + E^{sof} \epsilon^{in} + R \dot{\epsilon}^{in} \quad (3.48)$$

In Gleichung 3.48 gibt E^{sof} [N/mm^2] den Entfestigungsmodul und R [Ns/mm^2] den Parameter für die Ratenabhängigkeit an. Die Spannungs–Dehnungs–Beziehung in Abhängigkeit der Dehnrate verdeutlicht Abbildung 3.12. Bei Zunahme der Dehnrate nimmt die Zugfestigkeit und die Bruchenergie zu. Dieses Phänomen korreliert mit experimentellen Beobachtungen.

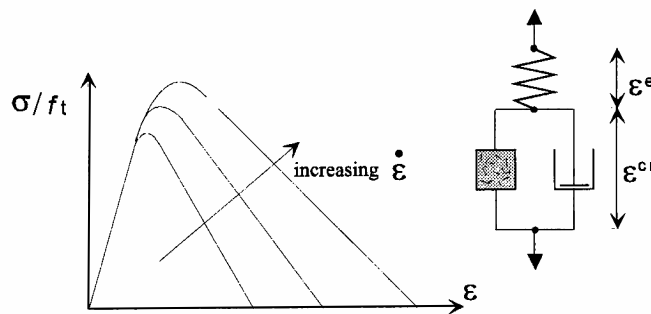


Abbildung 3.12: Ratenabhängiges Modell nach SLUYS [110]

Die interne Länge kann aus den Materialparametern berechnet werden. Dabei ist C die longitudinale Wellengeschwindigkeit.

$$l = \frac{RC}{E} \quad (3.49)$$

Für quasistatische Vorgänge ist diese Methode nicht geeignet, weil bei sehr langsamen Vorgängen keine Regularisierung stattfindet.

3.5 Ausgewählte Werkstoffmodelle für Beton

Fließfläche, Versagensfläche und Fläche für die Restfestigkeit

Betonmodelle für hochdynamische Anwendungen bestehen in der Regel aus drei Flächen im Hauptspannungsraum, die mittels der Invarianten oder der HAIGH-WESTERGAARD Koordinaten beschrieben werden. Definiert wird die Fließfläche, die Versagensfläche und die Fläche für die Restfestigkeit. Die Fließfläche bestimmt den Spannungszustand ab dem plastisches Materialverhalten auftritt, die Versagensfläche gibt den maximal möglichen Spannungszustand an und die Fläche für die Restfestigkeit gibt die Spannungen, die bei vollständiger Schädigung noch übertragen werden können, an. Aus der Versagensfläche werden oft durch Skalierung die beiden anderen Flächen festgelegt. CHEN [23], [21] gibt eine Vielzahl von Modellen zur Beschreibung der Versagensfläche an, die nach Grad ihrer Genauigkeit, d.h. nach Anzahl ihrer Parameter, geordnet sind. Es hat sich gezeigt, dass zweiparametrische Modelle, wie das MOHR-COULOMB-Modell oder das DRUCKER-PRAGER-Modell, für Beton zu ungenau sind. Zum Beispiel treffen linear vom hydrostatischen Druck abhängige Meridiane nicht das Materialverhalten von Beton. Vier- und fünfpametrische Modelle nach HSIEH et al. [57], OTTOSEN [86], GUO [45] oder WILLIAM und WARNKE [118] können das Betonverhalten besser wiedergeben und stellen den Stand der Technik dar. Sie werden kurz erläutert.

Vier-Parameter-Modell nach OTTOSEN [86]

OTTOSEN führt ein Modell an, das der geometrischen Versagensfläche von Beton sehr nahe kommt. Hierzu bezieht er alle drei Invarianten des Spannungstensors ein (vgl. Gleichung 3.29 und 3.30):

$$f(I_1, J_2, \theta) = aJ_2 + \lambda \sqrt{J_2} + bI_1 - 1 = 0 \quad (3.50)$$

mit

$$\lambda = k_1 \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (k_2 \cos 3\theta) \right] \quad \text{für } \cos 3\theta \geq 0 \quad (3.51)$$

$$\lambda = k_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1} (-k_2 \cos 3\theta) \right] \quad \text{für } \cos 3\theta \leq 0$$

Die Parameter a , b , k_1 und k_2 sind die vier Materialkonstanten.

Vier-Parameter-Modell nach HSIEH-TING-CHEN [57]

Diese Fläche ist der OTTOSEN-Versagensfläche sehr ähnlich, mit dem Unterschied, dass sie im Deviatorschnitt nicht durchgängig differenzierbar ist.

$$f(I_1, J_2, \theta) = AJ_2 + B\sqrt{J_2} + C\sigma_1 + DI_1 - 1 = 0 \quad (3.52)$$

Fünf-Parameter-Modell nach Guo [45]

GUO et al. entwickelten ein Modell, dessen Parameter aus Experimenten, die vorwiegend an der TU München durchgeführt wurden, bestimmt wurden.

$$\tau_{oct} / f_c = a \left(\frac{b - \sigma_{oct} / f_c}{c - \sigma_{oct} / f_c} \right)^d \quad (3.53)$$

mit

$$c = c_t (\cos 1.5 \theta)^\alpha + c_c (\sin 1.5 \theta)^\beta \quad (3.54)$$

und dem Verhältnis zwischen Zug- und Druckmeridian

$$\frac{\tau_t}{\tau_c} = \left(\frac{c_c - \sigma_{oct} / f_c}{c_t - \sigma_{oct} / f_c} \right)^d \quad (3.55)$$

τ_{oct} , σ_{oct} geben die Oktaederschub- und Oktaedernormalspannungen nach Gleichung 3.18 und 3.10 an.

Fünf-Parameter-Modell nach WILLIAM und WARNKE [118]

Für den Zug- und Druckmeridian verwenden die Autoren WILLIAM und WARNKE einen parabelförmigen Verlauf:

$$\sigma_m = \begin{cases} a_0 + a_1 \rho_t + a_2 \rho_t^2 \\ a_0 + b_1 \rho_c + b_2 \rho_c^2 \end{cases} \quad (3.56)$$

Hierin gibt σ_m die mittlere Normalspannung nach Gleichung 3.10 und ρ die deviatorische Länge nach Gleichung 3.17 an. Für den Übergang vom Druck- zum Zugmeridian wird der Ausschnitt einer Ellipse verwendet. Dieser Übergang wird bei der Beschreibung des RHT-Modells erläutert.

Schädigung und Entwicklungsgesetz

Die Steuerung der Entfestigung erfolgt bei isotroper Schädigung mit einer skalaren Schädigungsvariablen. Es werden vier ausgewählte Schädigungsbeschreibung erläutert.

HOLMQUIST, JOHNSON & COOK [55], [54]

HOLMQUIST et al. [54] führt ein Schädigungsinkrement ein, das das aktuelle plastische Dehnungsinkrement auf die Bruchdehnung bezieht:

$$dD = \frac{d\varepsilon_p}{\varepsilon_p^f} \quad (3.57)$$

Die Bruchdehnung ist eine Funktion des hydrostatischen Drucks und ist durch die untere Schranke ε_{min}^f begrenzt.

$$\varepsilon_p^f = D_1 (P^* + T^*)^{D_2} \geq \varepsilon_{min}^f \quad (3.58)$$

Der Index * bedeutet, dass der Druck P^* und der maximale hydrostatische Zug T^* bezogene Größen auf das Hugoniot Elastic Limit (HEL) sind. Die Schädigungsbeschreibung ist kalibriert an einaxialen zyklischen Versuchen, die von SINHA et al. [109] durchgeführt wurden:

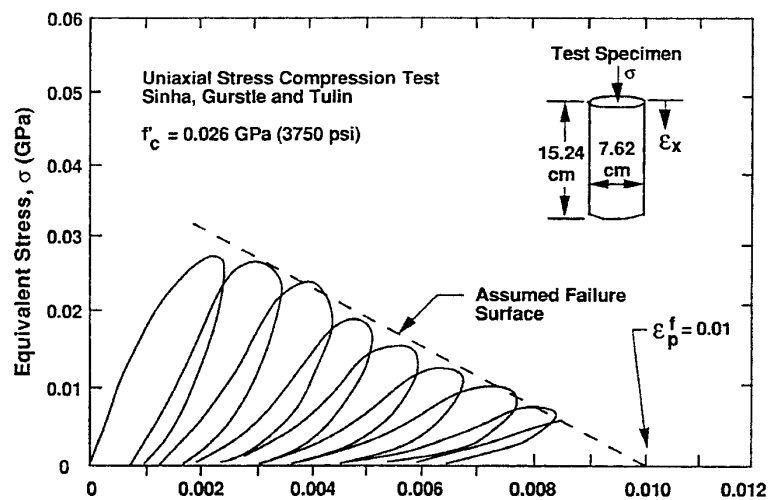


Abbildung 3.13: Eichen der Schädigungsbeschreibung von HOLMQUIST, JOHNSON & COOK [55] an zyklischen Versuchen von SINHA et al. [109]

MALVAR, CRAWFORD, WESEVICH & SIMONS [76], [108]

Die Autoren stellen ein Plastizitätsmodell für Beton vor, das den letzten Stand des in DYNA3D implementierten Modells 16 darstellt. Das Modell beinhaltet eine Versagensbeschreibung nach WILLIAM und WARNKE [118]. Ergänzt wird die Formulierung durch eine *pressure cutoff* und *tensile cutoff* Bedingung. Das Modell erlaubt die frei Eingabe einer Funktion $\eta(\lambda)$ zur Spezifizierung der Verfestigung und der Schädigung. Der Interpolationsparameter $\eta(\lambda)$ entwickelt sich zwischen der Fließfläche, der Versagensfläche und der Fläche für die Restfestigkeit von -1 über 0 zu 1. Durch den Faktor $h(P)$ wird berücksichtigt, dass bei höheren Druckspannungen die effektive plastische Dehnung zu geringeren Schädigungen führt. Für Zugspannungen kann durch den Parameter b_2 eine Anpassung an die gemessene Bruchenergie durchgeführt werden.

$$d\lambda = h(P) \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (3.59)$$

Der Faktor $h(P)$ für Zug- und Druckspannungen ist im Folgenden angegeben.

$$h(P) = \begin{cases} 1 - b_2 \frac{P}{f_t}, & P < 0 \\ (1 + P / f_t)^{-b_1}, & P > 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

RUPPCON nach RUPPERT & GEBBEKEN [99]

RUPPERT greift bei der Beschreibung der Versagensfläche auf das Modell von GUO [45] zurück. Der entscheidende Vorteil ist nach seiner Aussage die physikalische Eindeutigkeit der Parameter und die damit verbundene einfache Anpassung an Versuchsdaten. Für die Beschreibung der Schädigung ergänzt RUPPERT die Formulierung von HOLMQUIST, JOHNSON und COOK [55] um die Komponente der Schädigung durch Kompression:

$$dD_1 = \frac{d\varepsilon_p}{\varepsilon_p^f} \quad \text{Druck:} \quad dD_2 = \gamma \left(\frac{\mu_{por}(P)}{\mu_{gran}} \right)^{\gamma-1} \frac{d\mu_{por}}{\mu_{gran}} \quad (3.61)$$

mit

$$\mu_{por}(P) = \frac{\rho(P)}{\rho_0} - 1 \quad (3.62)$$

ρ_0 entspricht der Dichte des unbeanspruchten Materials. Es wird das Verhältnis zwischen der aktuellen volumetrischen Dehnung μ_{por} bezogen auf die Dehnung bei vollständig kompaktiertem Material μ_{gran} gebildet. Mit dem Vorfaktor, der durch γ eingestellt wird, kann die Form der Schädigung von duktiler Schädigung bis zu spröder Schädigung eingestellt werden. Beide Formen der Schädigung D_1 und D_2 werden akkumuliert und die globale Schädigung nach der folgenden Gleichung berechnet:

$$D = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \leq 1 \quad (3.63)$$

SCHMIDT-HURTIENNE [103], [102]

SCHMIDT-HURTIENNE stellt ein universell einsetzbares Materialmodell für Beton vor, das vielen messbaren Eigenschaften von Beton unter mechanischen Belastungen Rechnung trägt. Beispielsweise wird die Schädigungsentwicklung senkrecht zur Belastungsrichtung (Spaltzug) berücksichtigt.

Das Modell ist ein kombiniertes Schädigungs-Plastizitätsmodell. Die Schädigung bei Druckbeanspruchung wird isotrop berechnet. Für die Schädigung bei Zugbeanspruchung wird ein zweistufiger Tensor nach MURAKAMI [81] verwendet. SCHMIDT-HURTIENNE berechnet die Sekantensteifigkeit mit einem symmetrischen Tensor (Gleichung 3.64), in dem $\varphi = 1 - D_i$ die Kontinuitäten sind (D_i : Schädigung in Richtung der Hauptdehnung ε_i):

$$E = \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)\varphi_1^2 & \lambda\varphi_1\varphi_2 & \lambda\varphi_1\varphi_3 & & & \\ \lambda\varphi_2\varphi_1 & (\lambda + 2\mu)\varphi_2^2 & \lambda\varphi_2\varphi_3 & & & \\ \lambda\varphi_3\varphi_1 & \lambda\varphi_3\varphi_2 & (\lambda + 2\mu)\varphi_3^2 & & & \\ & & & \mu\varphi_1\varphi_2 & & \\ & & & & \mu\varphi_2\varphi_3 & \\ & & & & & \lambda\varphi_1\varphi_3 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

mit

$$\lambda = \frac{\nu E_0}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu)} \quad (3.65)$$

Die Entwicklung der Schädigung setzt sich bei SCHMIDT-HURTIENNE aus der statischen Schädigung D und der dynamischen Schädigung D_{dyn} zusammen. Die statische Schädigung wird um die dynamische reduziert, d.h. Schädigungsentwicklung wird im Falle dynamischer Belastung verzögert:

$$\sigma = E (D - D_{dyn}) \varepsilon^{el} \quad (3.66)$$

Mit der exponentiellen Entwicklung der statischen Schädigung:

$$D = 1 - e^{-\left(\frac{\kappa_d - e_0}{e_d}\right)^{g_d}} \quad (3.67)$$

κ_d = equivalentes elastisches Dehnungsmaß

e_0 = Dehnungsschwellwert

e_d = Modalwert der WEIBULL-Verteilung

g_d = WEIBULL-Exponent

Für die Entwicklung der dynamischen Schädigung wird die Belastungsgeschichte berücksichtigt (Gleichung 3.68). Gründe für die Berücksichtigung der Belastungsgeschichte sind in Kapitel 2.2 unter „Ursachen der Festigkeitssteigerung“ beschrieben.

$$D_{dyn} = \int_{\tau=0}^t \frac{\partial D}{\partial \tau} h(t - \tau) d\tau \quad (3.68)$$

SCHMIDT-HURTIENNE gibt für die Abklingfunktion eine verallgemeinerte exponentielle Relaxation an:

$$h(t - \tau) = e^{-\left(\frac{t - \tau}{\vartheta(\dot{\kappa}_d)}\right)^{g_h}} \quad \vartheta(\dot{\kappa}_d) = \vartheta_0 \dot{\kappa}_d^{c_{t1}} \ln \dot{\kappa}_d - c_{t2} \quad (3.69)$$

Die Form der MAXWELL-Relaxation (vgl. Gleichung 2.2) ist noch erkennbar mit dem Unterschied, dass hier ein zusätzlicher Formfaktor g_h und eine variable Relaxationszeit $\vartheta(\dot{\kappa}_d)$ eingeführt wird. Dies erlaubt die Anpassung an die experimentellen Ergebnisse zur Dehnratenabhängigkeit. Abbildung 3.14 stellt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für verschiedene konstante Zugdehnraten dar.

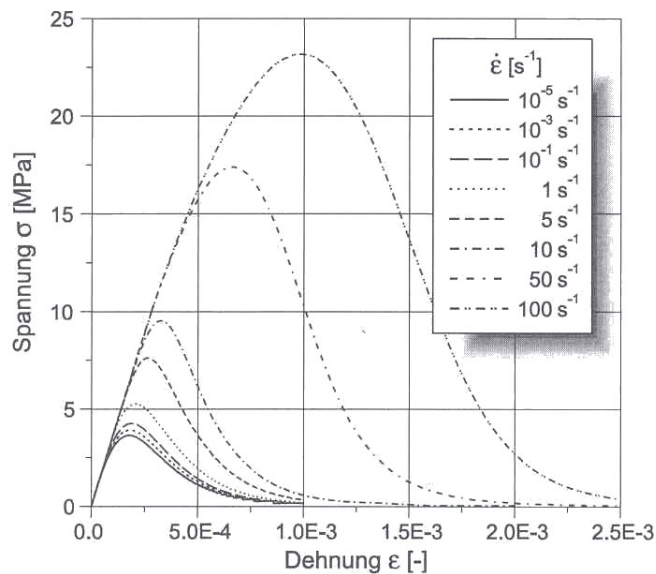


Abbildung 3.14: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für konstante Zug-Dehnraten nach SCHMIDT-HURTENNE [103]

3.6 Das RHT-Modell

Das RHT-Modell nach RIEDEL [91] wird nachfolgend ausführlicher beschrieben, da in dieses Modell eine verbesserte Schädigungsbeschreibung im Rahmen der Arbeit implementiert wird. Zunächst wird die Zustandsgleichung nach HERRMANN [49] für poröse Materialien erläutert. Der zweite Teil beschreibt die Festigkeitsbeschreibung des RHT-Modells.

Zustandsgleichung nach HERRMANN [49]

Die Zustandsgleichung stellt die Beziehung zwischen Druck P , Dichte ρ und innerer Energie e her und kann aus Stoßwellenexperimenten ermittelt werden (vgl. Abschnitt 2.3). Ihr kommt eine zentrale Bedeutung zu, da sie die Ausbreitung von Stoßwellen in Bauteilen bestimmt. Gleichung 3.70 gibt die allgemeine Form der Zustandsgleichung an.

$$P = f(\rho, e) \quad (3.70)$$

HERRMANN [49] stellt 1960 das P - α Modell vor, das sich zur Modellierung von porösen Materialien eignet. Die wesentliche Annahme ist, dass die innere Energie für ein poröses Material gleich der desselben Materials im voll kompaktierten Zustand ist, bei gleichem Druck und gleicher Temperatur. Das

Modell unterscheidet drei Bereiche, die in Abbildung 3.15 in der Druck–Dichte-Beziehung dargestellt sind. Hierin ist die Abhängigkeit von der inneren Energie nicht dargestellt.

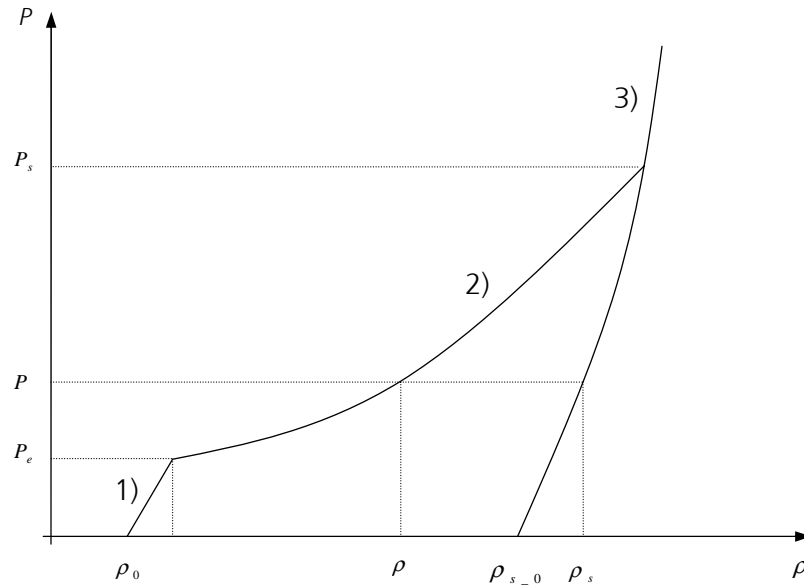


Abbildung 3.15: Kompressionsverhalten von porösen Materialien

Die drei Bereiche sind nachfolgend kurz zusammengefasst:

1) *elastische Kompression bis zum Porenkollapsdruck*

$$P = K \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \quad \text{mit} \quad K = c_B^2 \rho_0 \quad (3.71)$$

c_B ist die Kompressionswellengeschwindigkeit.

2) *plastische Kompaktierung*

$$\alpha = 1 + (\alpha_p - 1) \left[\frac{P_s - P}{P_s - P_e} \right]^2 \quad (3.72)$$

$$\text{mit} \quad \alpha = \frac{\rho_s}{\rho}, \quad \alpha_p = \frac{\rho_{s-0}}{\rho_0}$$

3) Kompression des vollständig kompaktierten Matrixmaterials

$$P = K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 + (B_0 + B_1 \mu) \rho_0 e \quad (3.73)$$

$$\text{mit } \mu = \frac{\rho_s}{\rho_{s-0}} - 1$$

Beschreibung der Festigkeit

Wie bereits im Abschnitt 3.3 erläutert, ist es üblich, drei Flächen im Hauptspannungsraum zu formulieren und mit einer Verfestigungsvariablen bzw. Schädigungsvariablen zwischen den Flächen zu interpolieren. Für die Verfestigung verwendet RIEDEL [91] einen linearen Ansatz, für die Entfestigung die Schädigungsbeschreibung nach HOLMQUIST, JOHNSON & COOK [54]. Es folgt eine Beschreibung der Versagensfläche, der Fläche für die elastische Grenze und der Fläche der Restfestigkeit.

Versagensfläche

Nach RIEDEL wird die Versagensfläche Y_{fail} ausgehend vom Druckmeridian Y_{TXC} (TXC = triaxial compression) aufgebaut. Den Übergang vom Druckmeridian zu anderen Meridianschnitten wird in HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten über den Radius $R_3(\theta, Q_2)$ vollzogen, der eine Funktion des Winkels θ ist (vgl. Gl. 3.19). Der Einfluss der Dehnrates wird über den Faktor F_{rate} berücksichtigt. Die Versagensspannung ist eine Funktion des Drucks, des Winkels und der Dehnrates:

$$Y_{fail}^*(P, \theta, \dot{\epsilon}) = Y_{TXC}^*(P) \cdot R_3(\theta) \cdot F_{rate}(\dot{\epsilon}) \quad (3.74)$$

Bei Drücken, die höher sind als die einachsige Druckfestigkeit, wird eine exponentielle Approximation angewendet:

$$Y_{TXC}^* = A_{fail} + B_{fail} (P^* - HTL^*)^{N_{fail}} \quad (3.75)$$

Nach RIEDEL ist diese Annäherung für niedrige Drücke nicht genügend flexibel und wird deshalb durch zwei Geraden ergänzt (siehe Abbildung 3.16 links).

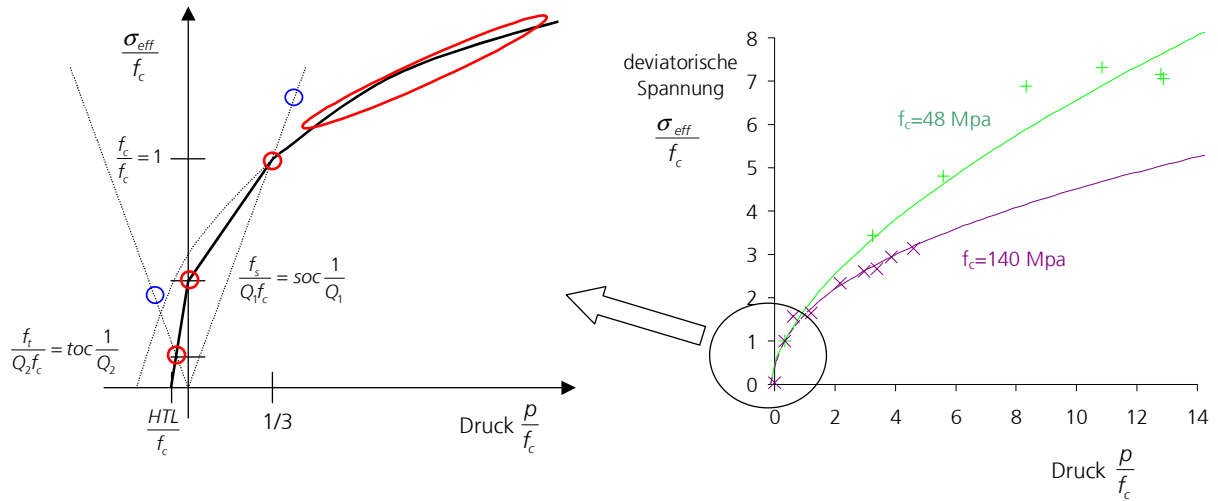


Abbildung 3.16: Aufbau der Versagensfläche aus zwei Geraden (links) und einer exponentiellen Approximation im Meridianschnitt (rechts)

Der deviatorische Anteil ist von WILLIAM und WARNKE [118] übernommen:

$$R_3(\theta, Q_2) = \frac{2(1-Q_2^2)\cos\theta + (2Q_2-1)[4(1-Q_2^2)\cos^2\theta + 5Q_2^2 - 4Q_2]}{4(1-Q_2^2)\cos^2\theta + (1-2Q_2)^2} \quad (3.76)$$

Hierin ist θ der Winkel und Q_2 ein Faktor, der den Übergang von sprödem Materialverhalten bei niedrigen Drücken zu eher duktilem Materialverhalten bei höheren Drücken schafft. Q_2 nimmt mit wachsendem Druck zu. Abbildung 3.17 zeigt die Abhängigkeit der Versagensfläche vom Radius R_3 im Deviatorschnitt.

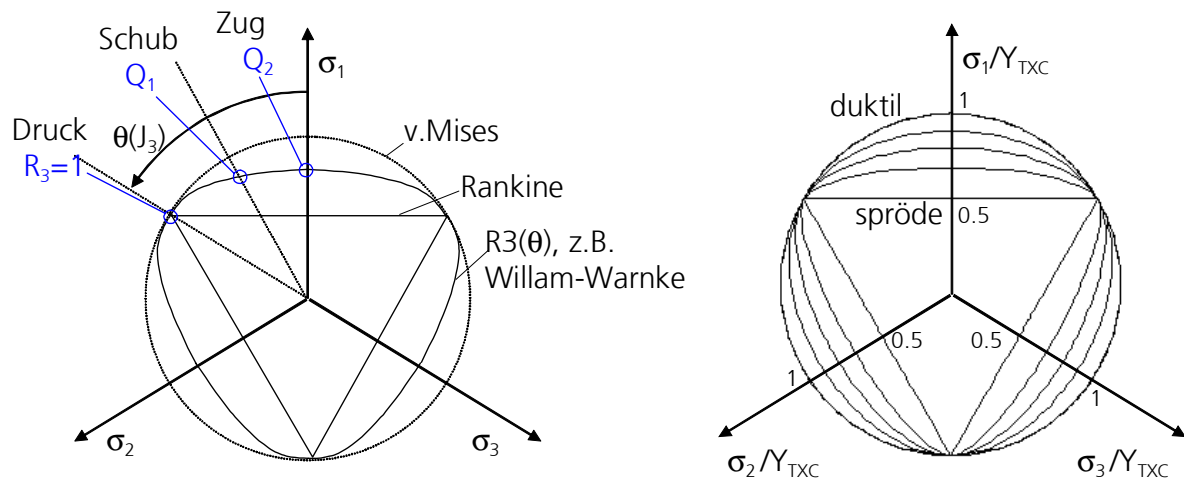


Abbildung 3.17: Versagensfläche im Deviatorschnitt: Übergang von sprödem zu duktilem Verhalten in der WILLIAM-WARNKE-Form [118] für Q_2 zwischen 0.5 und 1

Elastische Grenze

Die elastische Grenze Y_{el} ist aus der Versagensfläche Y_{fail} entnommen, indem sie durch zwei Faktoren *tensrat* und *comprat* skaliert wird (Abbildung 3.18 unten). Die beiden Faktoren tragen dem Verhalten von Beton Rechnung, dass das Verhältnis elastische Grenze zu Druckfestigkeit geringer ist als das Verhältnis elastische Grenze zu Zugfestigkeit. Zwischen den beiden Spannungszuständen wird linear interpoliert. Für höhere Druckspannungen wird die elastische Grenze mittels einer Kappen-Funktion reduziert (Abbildung 3.18 oben). Wird die elastische Grenze überschritten, wird eine lineare Verfestigung verwendet, die hier nicht genauer erläutert wird.

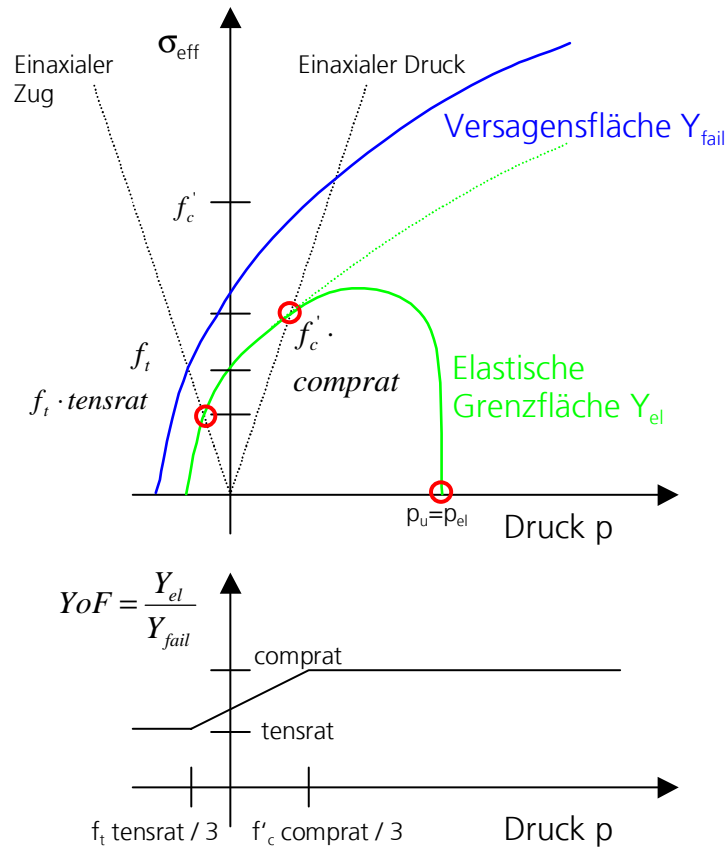


Abbildung 3.18: Elastische Grenzfläche Y_{el} im Vergleich zur Versagensfläche Y_{fail} (oben), Übergang Y_{el}/Y_{fail} von Zug nach Druck mit den Variablen *comprat* und *tensrat* (unten)

Restfestigkeit

Im Gegensatz zur Versagensfläche und der elastischen Grenze ist die Restfestigkeit nach Gleichung 3.77 von der dritten Invarianten unabhängig.

$$Y_{fric}^* = B_{fric} P^{*N_{fric}} \quad (3.77)$$

Nun sind die drei Flächen im Spannungsraum formuliert, und Spannungszustände dazwischen können durch Interpolation berechnet werden. Bei der Schädigung wird zwischen Y_{fail} und Y_{fric} interpoliert. Die Schädigung wird gesteuert durch das Entwicklungsgesetzes. Im Kapitel 7 dieser Arbeit wird ein neues Entwicklungsgesetz formuliert, das die experimentellen Ergebnisse der Kapitel 5 und 6 berücksichtigt.

3.7 Diskussion

Schadensmechanik

In der Schadensmechanik wird die Reduzierung der Steifigkeit (E-Modul) und der Festigkeit über effektive Querschnittsflächen berechnet. Bei Explosions- oder Impaktbelastungen hat sich gezeigt, dass die Steifigkeitsabnahme eine untergeordnete Rolle spielt. Schädigung kann somit eingeführt werden als Reduzierung von Festigkeit. Bei Zugentfestigung - Bildung von Rissen – verhält sich Beton orthotrop. Senkrecht zum Riss reduziert sich die Festigkeit, während sich in Richtung des Risses die Festigkeit nicht ändert. In der Schadensmechanik wird orthotrope Schädigung mit einem Tensor zweiter Stufe berechnet. Dies ist notwendig, wenn eine grobe Vernetzung gewählt wird. Wird eine feine Vernetzung gewählt, kann mit einer isotropen Beschreibung der Verlauf der Risse berechnet werden, so dass das globale orthotrope Materialverhalten automatisch berechnet wird.

Rissbildung / Lokalisierung

Zur Beschreibung des Materialverhaltens bei Entfestigung werden Modelle vorgeschlagen, die zu vernetzungsunabhängigen (objektiven) Lösungen führen. Dies gilt allerdings für die Elementgröße und weniger für die Ausrichtung der Vernetzung. Es können folgende Punkte aus der Literaturrecherche zusammengefasst werden:

- Standard-Dehnungs-Entfestigung führt zu diskretisierungsabhängigen Ergebnissen
- lokale Regularisierungsstrategien führen zu einer finiten Energiedissipation und sind in der Lage, das globale Strukturverhalten objektiv abzubilden
- nicht lokale Strategien können zusätzlich die Größe der Prozesszone abbilden

In dieser Arbeit wird Wert auf die richtige Berechnung der dissipierten Energie während des Bruchs gelegt, da sie die Abplatzgeschwindigkeiten von Bruchstücken wesentlich beeinflusst. Hierzu bietet die Methode basierend auf der Bruchenergie eine einfache Umsetzung. Nichtlokale und gradientenverbesserte Modelle bedürfen einer sehr feinen Auflösung und eignen sich eher für statische Anwendungen. Das viskose Modell bietet grundsätzlich die Möglichkeit Phänomene dynamischen Materialverhaltens einzubinden, muss aber an experimentelle Ergebnisse angepasst werden (Anpassung an die dynamische Zugfestigkeit und dynamische Bruchenergie).

Die Schädigungsbeschreibung in vorhandenen Betonmodellen

Modelle zur Beschreibung der Schädigung von Beton gibt es zahlreiche, die meist die Schädigung unter zyklischer Beanspruchung beschreiben. Diese Modelle werden auch bei der Simulationen von Beton unter stoßartiger Beanspruchung eingesetzt. Experimentelle Untersuchungen zur Stoßbeanspruchung zeigen allerdings, dass diese Art der Beanspruchung zu anderen Formen der Schädigung führen als zyklische Beanspruchungen. Typische Formen sind die Schädigung durch Kompression und die Schädigung verursacht durch Risse. Einige Modelle berücksichtigen die Schädigung durch Kompression, wobei dies nur überschlägig geschieht und nicht auf experimentelle Untersuchungen gegründet ist. Zur Beschreibung der Schädigung durch Risse wird in manchen Modellen die Bruchenergie verwendet. Sie wird in statischen Experimenten gemessen, so dass im Modell mit der statischen Bruchenergie gerechnet wird. Die Änderung der Bruchenergie bei dynamischer Beanspruchung wird nicht berücksichtigt, da es hierzu keine experimentelle Datenbasis gibt.

4 Der Split-Hopkinson-Bar (SHB)

Für die Messung der dynamischen Kenngrößen E-Modul, Zugfestigkeit und Bruchenergie wird eine Split-Hopkinson-Bar-Anlage verwendet, deren Aufbau in diesem Kapitel beschrieben wird. Der Aufbau und die verwendete Messtechnik sowie theoretische Grundlagen zur Versuchsanlage sind in diesem Kapitel zusammengefasst. Zur Kontrolle der Messtechnik werden Versuche ohne Probe durchgeführt. Untersucht wird der Einfluss der Messgitterlänge des Dehnungsmessstreifens bei Wellen mit kurzer Wellenlänge. Für die Messung der Partikelgeschwindigkeit wird ein Beschleunigungsaufnehmer eingesetzt. Hierzu wird ein piezoelektrischer und ein piezoresistiver Aufnehmer auf seine Anwendbarkeit geprüft.

4.1 Allgemeines

Historische Entwicklung des Split-Hopkinson-Bars

Bevor die Versuchsanlage beschrieben wird, werden einige Autoren, die für die Entwicklung der Split-Hopkinson-Bar-Versuchstechnik von Bedeutung sind, vorgestellt. Angefangen werden kann mit einem Aufsatz des englischen Physikers BERTRAM HOPKINSON aus dem Jahre 1914:

- 1914 HOPKINSON [56] führte die ersten Experimente zur quantitativen Messung einer transienten Spannungswelle durch. Er beabsichtigte den Druck-Zeit-Verlauf einer Spannungswelle eines durch eine Kugel gestoßenen Stahlstabs aufzuzeichnen. Der Stab wurde als Ballistikpendel mit parallelen Seilen an die Decke montiert und mit Bleistift und Aufzeichnungspapier versehen. Am Ende des Stabs wurde ein kurzer Zylinder angebracht, der die Übertragung der Druckwelle zuließ, aber die Zugwelle nach der Reflektion an der freien Oberfläche nicht übertragen konnte. Die Zugwelle verursachte das Lösen und Beschleunigen des Projektils. Mit einem zweiten Ballistikpendel maß HOPKINSON den Impuls und konnte den vollständigen Druck-Zeit-Verlauf angeben.
- 1915 BANCROFT [5] wertete die Lösungen der Wellenausbreitung in zylindrischen Polarkoordinaten von POCHHAMMER [88] und LOVE [75] numerisch aus. Er berechnete die Ausbreitungsgeschwindigkeit des ersten Schwingungsmodes (Längsschwingung) als Funktion der Wellenlänge für verschiedene Querdehnzahlen. Diese in tabel-

larischer Form vorliegende Auswertung wurde später von vielen Anwendern der SHB-Technik zur Dispersionskorrektur verwendet.

- 1948 DAVIES [28] stellte als erster die Messung eines Verschiebungs-Zeit-Verlaufs mit einem Kondensatorwegaufnehmer dar. Zusammen mit einer unverschiebbaren Platte wirkte das freie Ende des Stahlstabes als Plattenkondensator. Der Kondensator wurde an ein Oszilloskop angeschlossen und die Verschiebung des freien Endes kontinuierlich aufgezeichnet. Aus den gemessenen Verschiebungen konnte der Druck-Zeit-Verlauf im Stab berechnet werden.
- 1949 KOLSKY [64] legte Proben verschiedener Materialien zwischen zwei Stäbe, was zu dem Namen *Split*-Hopkinson-Bar führte. Die Verschiebungen wurden mit Kondensatoren aufgezeichnet. Diese Konfiguration ist bis heute der Standardaufbau, so dass in der Literatur auch von KOLSKY Bar gesprochen wird.

Ausgangssituation

Die SHB-Versuchsanlage wurde modifiziert neu aufgebaut. Diese Anlage wurde ursprünglich am *Institut für Massivbau und Baustofftechnologie* der *Universität Karlsruhe* betrieben. Der zuletzt von ZHENG [120] verwendete Aufbau bestand im Wesentlichen aus:

- Ein - und Ausgangsstab mit Führungshalterung
- Federschusskanone mit zwei Projektilen
- Vorspannvorrichtung für Zugversuche

Die wesentlichen Modifikationen gegenüber der ursprünglichen Konfiguration sind:

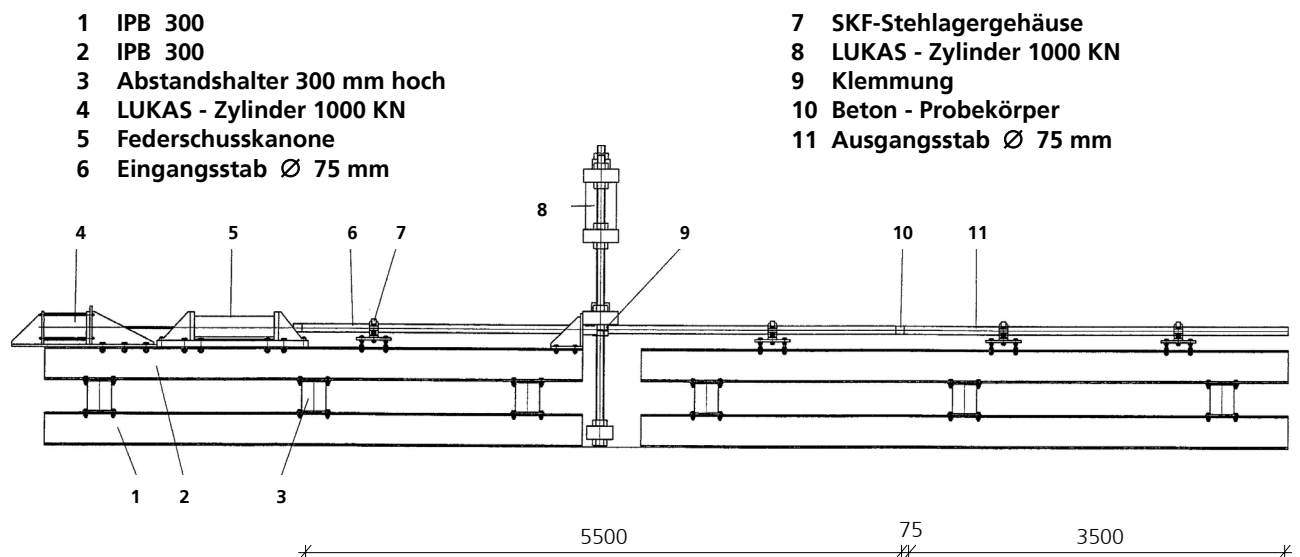
- Der Federweg ist, ohne dass die Federschusskanone ausgebaut werden muss, stufenlos einstellbar. Bisher musste, um Abstandsringe einbauen zu können, die Feder für jede Änderung des Federweges ausgebaut werden.
- Projektilgeschwindigkeitsmessung mit Laserlichtschranke
- Führung des Projektils für einen präzisen Aufprall auf den Eingangsstab

In den nächsten zwei Abschnitten wird der Aufbau und die Messtechnik der Anlage beschrieben.

4.2 Mechanischer Versuchsaufbau

Übersicht zur Versuchsanlage

Die in Abbildung 4.1 dargestellte Anlage eignet sich für Zug-, Druck- und Spallationsversuche. Sie besteht aus dem Ein- und dem Ausgangsstab (**6+11**), einer Klemmvorrichtung (**8+9**) für Zugversuche sowie einer Federschusskanone (**5**) für Druck- und Spallationsversuche. Für Druckversuche wird die Probe zwischen Ein- und Ausgangsstab eingeklemmt. Das mit der Federschusskanone beschleunigte Projektil, prallt auf den Eingangsstab und erzeugt dort eine Druckwelle. Die sich fortpflanzende Welle wird an der Probe teilweise reflektiert und teilweise transmittiert. Aus der gemessenen einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle kann die dynamische Spannungs-Dehnungs-Beziehung berechnet werden. Die Auswertung eines Druckversuchs ist in Abschnitt 4.4.2 beschrieben. Bei Zugversuchen wird der Eingangsstab in der Mitte mit der Klemmung gehalten und mit dem Hydraulik-Zylinder (**4**) vorgespannt. Durch das Lösen der Klemmung breitet sich eine Zugwelle in Richtung der Probe aus. Die Probe wird zerrissen, und aus der transmittierten Welle kann die Zugfestigkeit berechnet werden. Für diese Versuchsart muss die Federschusskanone entfernt werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden umfangreiche Spallationsversuche durchgeführt. Hierzu wird der Ausgangsstab entfernt und die Proben am Ende des Eingangsstabs angeklebt. Das Prinzip dieser Beanspruchung ist in Abschnitt 5.2.1 beschrieben.



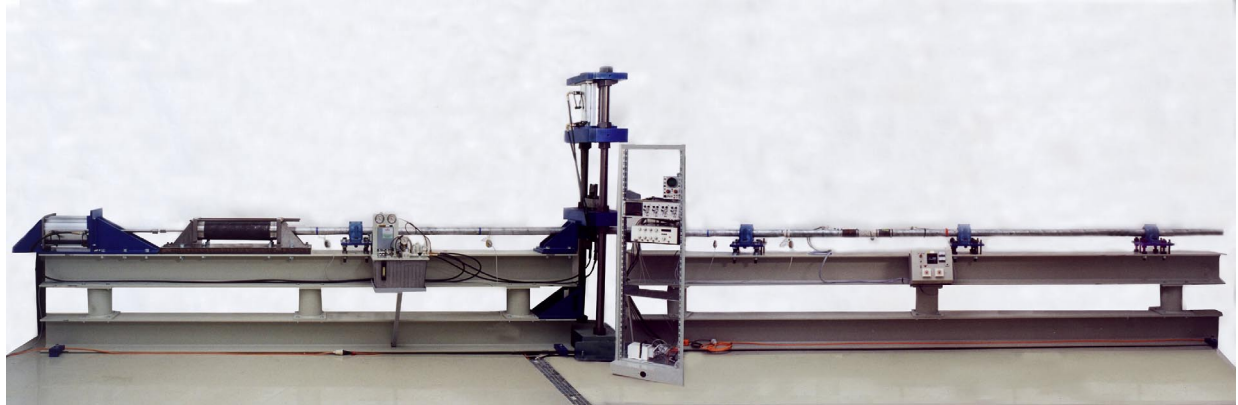


Abbildung 4.1: Versuchseinrichtung des Split-Hopkinson-Bars (SHB)

Federschusskanone und Führung des Projektils

Zur Beschleunigung des Projektils wird die Schraubendruckfeder mit einem Hydraulikzylinder gespannt (Abbildung 4.2). Der Hydraulikzylinder (**8**) ist für eine Zugkraft bis 1000 kN ausgelegt. Über den Federweg kann die Projektilgeschwindigkeit eingestellt werden. Ist die Feder bis an die erwünschte Position gespannt, wird das Zerreißstück an seiner Kerbe durchtrennt und das Projektil beschleunigt. Die Feder wird mit einem Elastomerpuffer abgebremst, während das Projektil geführt durch einen inneren Stab (**10**) auf den Eingangsstab zugleitet und aufprallt. Der Stab ist mit der Führungshülse (**11**) verbunden und so am Eingangsstab ausgerichtet, dass eine mögliche Verkipfung beim Aufprall minimiert wird. Es hat sich gezeigt, dass sich eine Verkipfung von $5/100$ bis $5/10\text{ mm}$ auf die Form der Welle stark auswirkt. Deshalb wird die Stirnseite des Projektils leicht konvex geformt (Konus von $2/10\text{ mm}$ von $r = 15\text{ mm}$ bis zur Außenkante).

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1 Zugstange, \varnothing 26.5mm | 8 Elastomerpuffer |
| 2 Zerreißstück, \varnothing 12.5mm | 9 Projektil, \varnothing 75mm |
| 3 Stahlplatte | 10 Führungsstab für Projektil, \varnothing 12mm |
| 4 Zugstange | 11 Führungshülse im Eingangsstab |
| 5 Stahlrohr | 12 Bohrung, \varnothing 14mm |
| 6 Schraubenfeder | 13 Entlüftungsbohrung |
| 7 Führungshülse | 14 Eingangsstab aus Alu, \varnothing = 75mm |

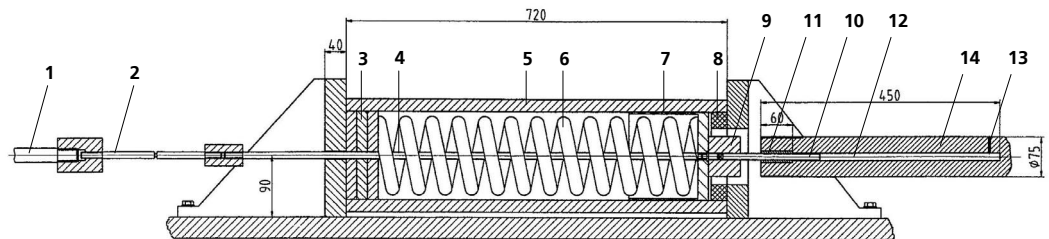


Abbildung 4.2: Federschusskanone zur Projektilbeschleunigung mit Führungsstange in den Eingangsstab

Ein- und Ausgangsstab

Ein- und Ausgangsstab bestehen aus Aluminium, um den Impedanzunterschied zwischen Probe (Beton) und Stab klein zu halten. Die Materialeigenschaften des verwendeten Aluminiums sind aus ZHENG [120] entnommen:

Elastizitätsmodul: $E = 72700 \text{ MPa}$

Querdehnzahl: $\nu = 0.34$

Dichte: $\rho = 2720 \text{ kg/m}^3$

Fließgrenze: $Y = 260 \text{ MPa}$

Die Aufzeichnung der Dehnungen ist an vier Positionen im Eingangsstab und an einer im Ausgangsstab möglich. Abbildung 4.3 zeigt die Lage der Dehnungsmessstreifen.

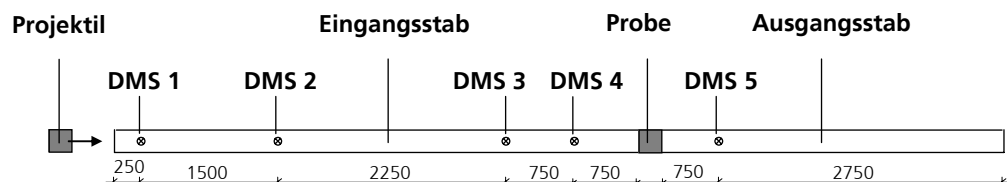


Abbildung 4.3: Lage der Dehnungsmessstreifen auf dem Ein- und Ausgangsstab in [mm]

4.3 Messtechnik

Dieser Abschnitt beschreibt die Messtechnik, die bei den Spallationsversuchen eingesetzt wird. Bei jedem Versuch werden folgende Größen gemessen:

- Projektilgeschwindigkeit mittels Laserlichtschanke
- Dehnungen auf dem Eingangsstab und der Probe
- Beschleunigung am freien Probenende zur Berechnung der Partikelgeschwindigkeit
- Geschwindigkeit der Bruchstücke mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitsvideoaufzeichnung

Projektilgeschwindigkeit mit Laserlichtschanke

Zur Messung der Projektilgeschwindigkeit stehen zwei Laserlichtstrahle zur Verfügung, die mit einem Zähler verbunden sind. Sobald die erste Lichtstrahl unterbrochen wird, beginnt der Zählvorgang und wird angehalten, wenn der zweite Lichtstrahl unterbrochen wird. Gemessen wird die Zeit, die das Projektil benötigt, um einen Weg von 20 mm zurückzulegen. Abbildung 4.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau im Bereich des Projektilaufpralls.

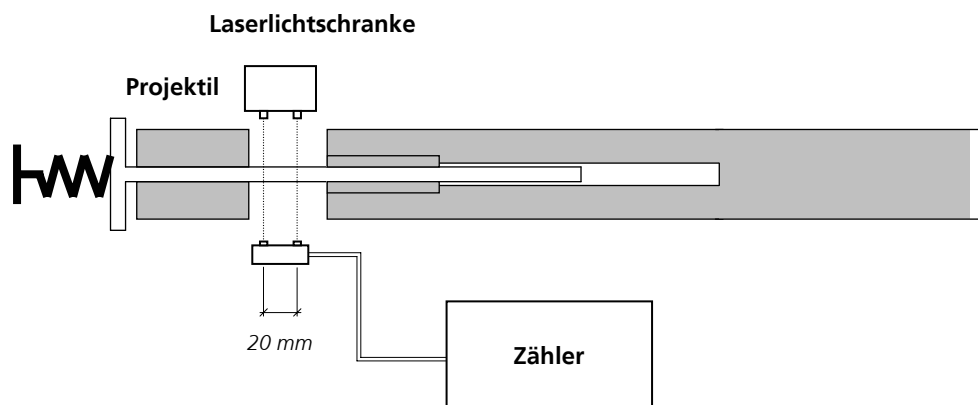


Abbildung 4.4: Laserlichtschanke zur Messung der Projektilgeschwindigkeit

Dehnungsmessung

An jeder Messstelle (siehe Abbildung 4.3) sind vier Dehnungsmessstreifen (DMS) zu einer Wheatstoneschen Vollbrücke geschaltet. Hiervon sind zwei der DMS gegenüberliegend an den Stäben angeklebt. Die anderen beiden sind auf einer Scheibe aus gleichem Material aufgeklebt. Sie dienen der Temperaturkompensation.

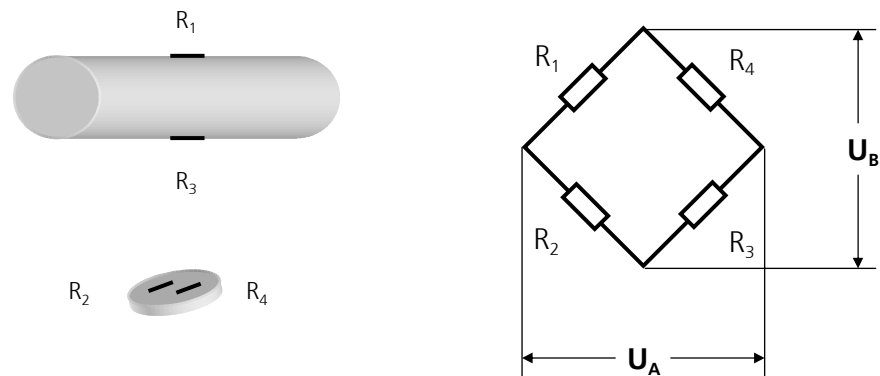


Abbildung 4.5: Position der Dehnungsmessstreifen (DMS) für jede Messstelle (links) und Wheatstonesche Vollbrücke (rechts)

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ = Widerstand des Dehnungsmessstreifen

U_A = Brückenausgangsspannung

U_B = Brückenspeisespannung

Bei diesem Aufbau der Brückenschaltung besteht folgender Zusammenhang zwischen der Änderung der Brückenausgangsspannung ΔU_A und der zu bestimmenden Dehnung ε .

$$\Delta U_A = 2 \cdot k \cdot \varepsilon \cdot U_B \quad \text{mit } k = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon} \quad (4.1)$$

Die Signale wurden mit einem Gleichspannungsverstärker verstärkt und durch einen Transientenrekorder mit einer Abtastrate von 1 MHz aufgezeichnet.

Zur Überprüfung der Messtechnik wurden einige Versuche ohne Probe (Leerversuche) durchgeführt. Die Instrumentierung zeigt Abbildung 4.6.

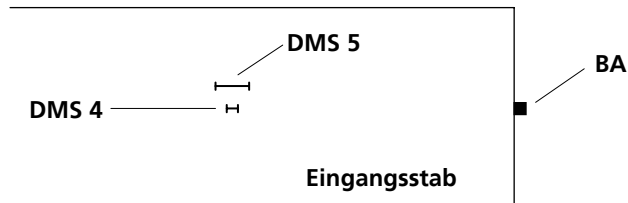


Abbildung 4.6: Instrumentierung der Leerversuche am Ende des Eingangsstabs (DMS = Dehnungsmessstreifen; BA = Beschleunigungsaufnehmer)

Zusätzlich zu den Dehnungsmessstreifen eins bis vier, die eine Gitterlänge von 3 mm aufweisen, wird an der Position des vierten DMS ein weiterer Dehnungsmessstreifen mit einer Gitterlänge von 20 mm aufgeklebt. Der Einfluss der Gitterlänge wird im Vorfeld studiert, da für den heterogenen Werkstoff Beton Dehnungsmessstreifen mit größerer Gitterlänge verwendet werden, um nicht lokale Materialeigenschaften des Korns oder der Matrix zu messen. Bei großen Dehnungsgradienten, wie sie bei transienten Vorgängen in der SHB-Technik vorkommen, tritt das Problem der Dehnungsmittelung über die Messgitterlänge auf. Die Problematik der Mittelung ist in Abbildung 4.7 schematisch dargestellt. Bei sehr kurzen Wellenlängen kann die Form und insbesondere die Amplitude nur unzureichend wiedergegeben werden.

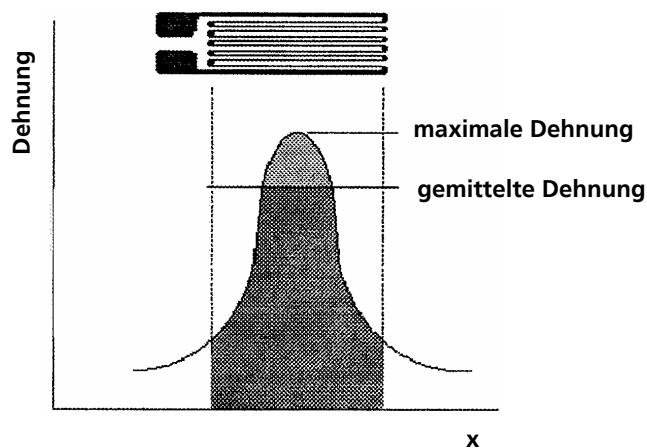


Abbildung 4.7: Problematik der Mittelung der Dehnungen bei kurzen Wellenlängen

Um im Vorfeld den Einfluss der Gitterlänge auf die Dehnungsaufzeichnung abschätzen zu können, wird die Dehnung an der selben Position mit zwei verschiedenen DMS aufgezeichnet (DMS 4 mit 3 mm Gitterlänge und DMS 5 mit 20 mm Gitterlänge, siehe Abbildung 4.6). Hierbei wird ein Signal betrachtet, das mit einer Projektillänge von 60 mm erzeugt wird. Die gleiche Länge wird auch in den Spallationsexperimenten verwendet. Geht man davon

aus, dass ein DMS mit der Gitterlänge von 3 mm die Dehnungen hinreichend genau aufzeichnet, soll nun die Abweichung des Signals, gemessen mit einem DMS der Gitterlänge von 20 mm , bestimmt werden. In Abbildung 4.8 ist ein Beispiel aus den zahlreichen Untersuchungen mit verschiedenen Belastungsintensitäten dargestellt. Ausgehend von den Aufzeichnungen mit einer Gitterlänge von 3 mm sind die Maximalwerte der ungenaueren Messung im Mittel ca. 10% kleiner. Der maximale Fehler der Dehnungsmittlung kann damit mit 10% angegeben werden. Bei der Dehnungsmessung auf der Betonprobe, wie sie in Kapitel 6 durchgeführt wird, ist der Fehler allerdings geringer, da die Wellenlänge in der Betonprobe größer ist als Wellenlänge auf dem Eingangsstab.

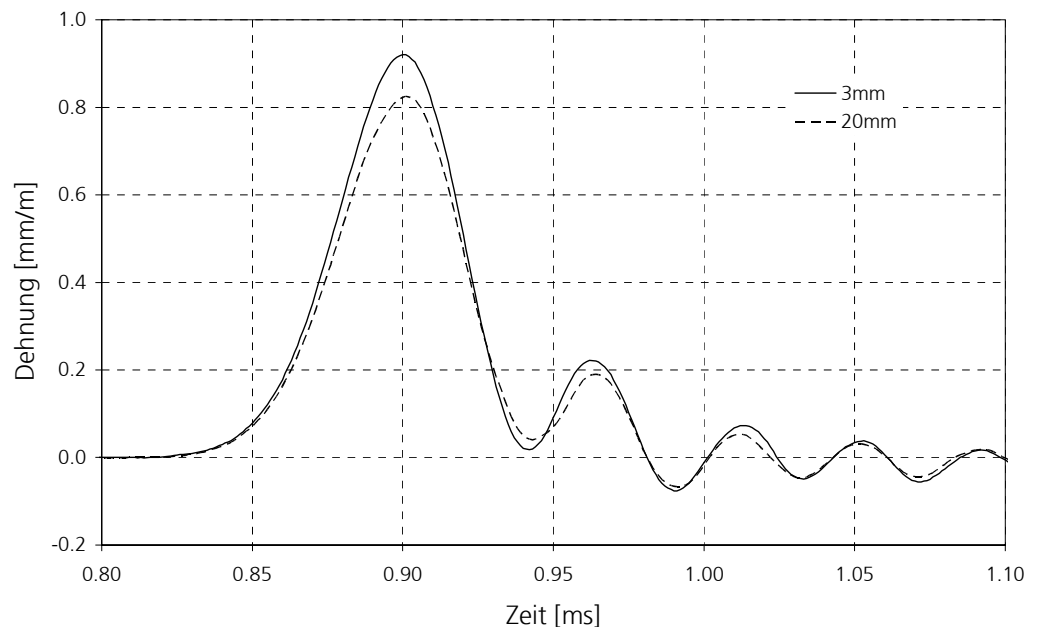


Abbildung 4.8: Einfluss der DMS-Gitterlänge auf das Messsignal durch Dehnungsmittlung bei kurzer Wellenlänge

Messung der Partikelgeschwindigkeit

Bei den in Kapitel 6 beschriebenen Spallationsversuchen wird für die Messung der freien Oberflächengeschwindigkeit am Probenende ein Beschleunigungsaufnehmer verwendet. Aus der Beschleunigungsaufzeichnung wird durch Integration die Partikelgeschwindigkeit berechnet. Vorab werden zwei Beschleunigungsaufnehmer (BA) getestet: ein piezoelektrischer und ein piezoresistiver Aufnehmer. Im Gegensatz zu piezoelektrischen Aufnehmern zeigen piezoresistive Aufnehmer keinen Null-Punkt-Drift nach der ersten

Stoßbelastung. Der Nachteil der piezoresistiven Aufnehmer ist allerdings die geringere Empfindlichkeit. Eine Nullpunkt-Verschiebung in der Beschleunigungsmessung wirkt sich bei der Integration als linear zunehmende Abweichung aus. Abbildung 4.9 zeigt, dass die Partikelgeschwindigkeit berechnet aus der Beschleunigungsaufzeichnung eines piezoelektrischen Aufnehmers nach der ersten Belastung nicht auf Null zurückgeht. Dies muss aber beim Zurücklaufen der Welle der Fall sein. So kann mit diesem Aufnehmer nur die Partikelgeschwindigkeit für den ersten Stoß präzise angegeben werden. Der weitere Verlauf des Signals ist fraglich. Aus diesem Grund wird ein piezoresistiver Aufnehmer für die Messung der Partikelgeschwindigkeit verwendet. Die geringere Empfindlichkeit des Aufnehmers reicht aus, die Welle präzise aufzuzeichnen.

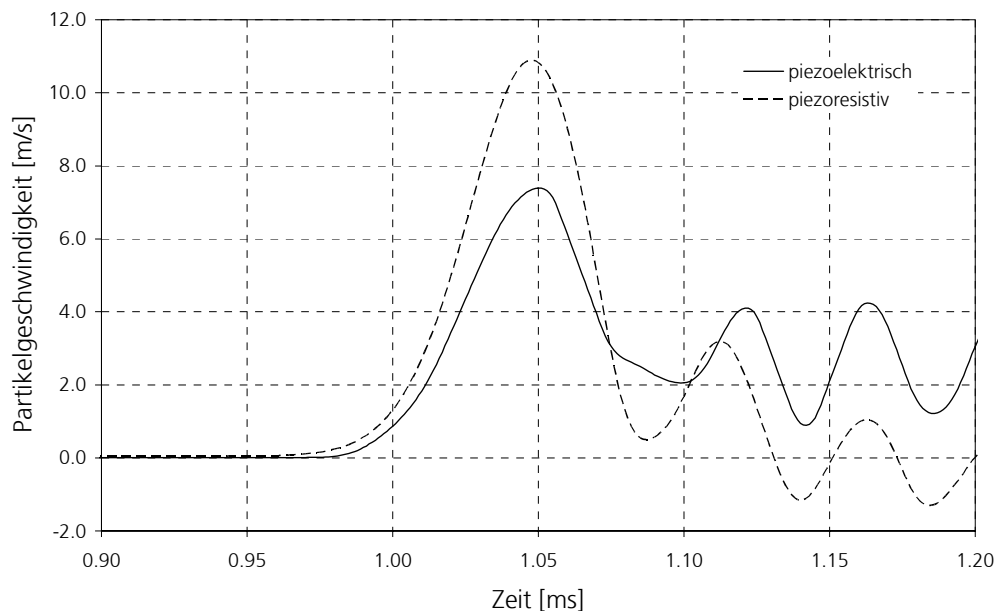


Abbildung 4.9: Partikelgeschwindigkeit aus der Aufzeichnung eines piezoelektrischen und eines piezoresistiven Beschleunigungsaufnehmers am Ende des Eingangsstabs (vgl. Abbildung 4.6)

Messung der Geschwindigkeit der Bruchstücke

Eingesetzt wird eine Hochgeschwindigkeits-Videokamera, die 400 Bilder pro Sekunde aufzeichnet. Jedes Bild kann einzeln betrachtet werden, um die Position der Bruchstücke zu bestimmen. Aus dem zeitlichen Unterschied zwischen zwei Bildern und der Änderung der Position der Bruchstücke wird bei den Spallationsexperimenten in Kapitel 5 die Geschwindigkeit berechnet.

4.4 Theorie

4.4.1 Eindimensionale Ausbreitung elastischer Wellen

Betrachtet man für den Ausschnitt eines Stabelements der Länge dx die Kräfte an der linken und rechten Kante, dann ist der Zuwachs der Kraft gleich der Kraft aus der Massenträgheit.

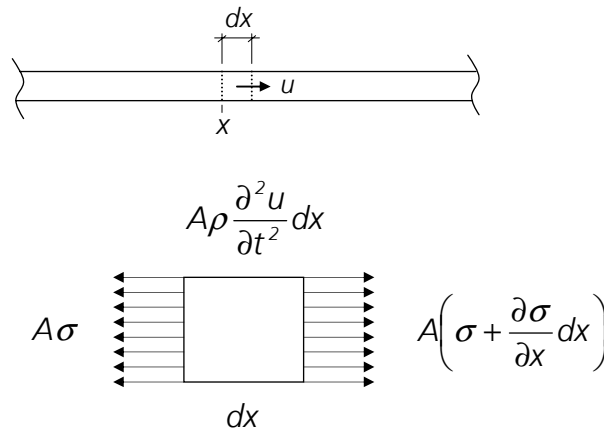


Abbildung 4.10: Dynamisches Kräftegleichgewicht eines Stabelements

Die Bewegungsgleichung für das Stabelement ist in Gleichung 4.2 angegeben. Dabei bedeutet t die Zeit, x die Längskoordinate, ρ die Dichte und A die Querschnittsfläche des Stabs. $u(x, t)$ sind die Verschiebungen des Volumenelements in x -Richtung und $\sigma(x, t)$ die axialen Normalspannungen, die für Zugspannungen positiv definiert sind.

$$-\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

Bei konstanter Stabquerschnittsfläche vereinfacht sich Gleichung 4.2 zu:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.3)$$

Im Falle elastischen Materialverhaltens gilt das Hooke'sche Gesetz:

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.4)$$

Mit der Stabwellengeschwindigkeit $c_o = \sqrt{E/\rho}$ (4.5) ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_o^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4.6)$$

Die allgemeine Lösung der vereinfachten Wellengleichung lautet:

$$u(x, t) = f(x - c_o t) + g(x + c_o t) \quad (4.7)$$

Die Funktionen $f(x - c_o t)$ und $g(x + c_o t)$ stellen zwei Wellenzüge dar, die sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_o in Richtung der positiven bzw. negativen x -Richtung ausbreiten. Die Form der Welle bleibt hierbei konstant. Dies kann vereinfachend angenommen werden, wenn das Verhältnis der Wellenlänge zum Stabdurchmesser groß ist. Auf die Berücksichtigung der radialen Dispersion wird in Abschnitt 4.4.2 eingegangen. Differenziert man einen sich in x -Richtung ausbreitenden Wellenzug (erster Teil der Gleichung 4.7) nach der Zeit, erhält man die Partikelgeschwindigkeit v :

$$v = \frac{\partial u}{\partial t} = -c_o f'(x - c_o t) \quad (4.8)$$

Entsprechend erhält man die Dehnung ε , wenn man nach dem Ort differenziert:

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = f'(x - c_o t) \quad (4.9)$$

Dies führt zum linearen Zusammenhang zwischen der axialen Dehnung ε und der Partikelgeschwindigkeit v .

$$\varepsilon = -\frac{v}{c_o} \quad (4.10)$$

Mit Hilfe der Stabwellengeschwindigkeit nach Gleichung 4.5 kann die Spannung wie folgt angegeben werden:

$$\sigma = -c_o \rho v \quad (4.11)$$

Es ergibt sich eine Druckspannung (negativ) für einen in x -Richtung laufenden Wellenzug mit positiver Partikelgeschwindigkeit. Für Wellenzüge, die sich entgegen der x -Richtung fortpflanzen, treten für positive Partikelgeschwindigkeiten Zugspannungen auf.

4.4.2 Auswertung eines Standard-Druckversuchs

Die Idee und Vorgehensweise für den Standard-Druckversuch wird in diesem Abschnitt näher beschrieben. Dispersionseffekte bleiben unberücksichtigt und werden im darauf folgenden Abschnitt erläutert. Die Auswertung erfolgt auf der Grundlage einer eindimensionalen Longitudinalwelle im langen zylindrischen Stab. Es werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

- 1) Die Spannung pflanzt sich in einem eindimensionalen Dehnungszustand mit konstanter Wellengeschwindigkeit fort. Die Welle bewegt sich ohne Phasenänderung der einzelnen Wellenanteile und behält ihre Form bei (keine Dispersion).
- 2) Die Kräfte an den beiden Grenzflächen zwischen Probe und Ein- bzw. Ausgangsstab sind gleich. Dies ist nur der Fall, wenn die Welle eine ausreichende Länge aufweist und durch Mehrfachreflektionen an den Probenenden ein Spannungsausgleich in der Probe stattfindet.
- 3) Die Spannung über den Probenquerschnitt ist konstant.

Ist die Annahme 1) erfüllt, können die einfallende, reflektierte und transmittierte Welle (ε_i , ε_r und ε_t) zeitversetzt an die Grenzflächen zwischen Stab und Probe verschoben werden.

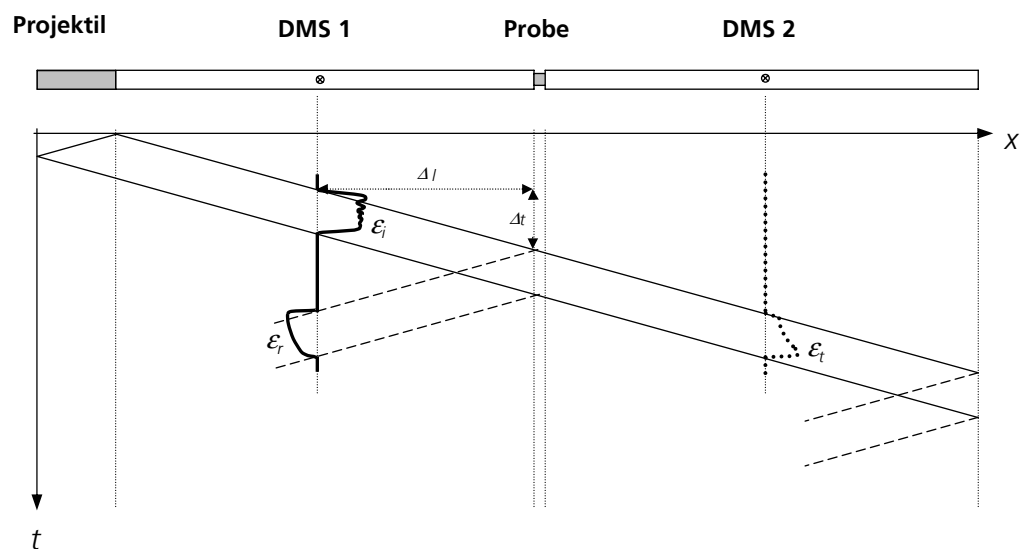


Abbildung 4.11: Lagrange'sches Diagramm der Standard Konfiguration für Druckversuche

In Abbildung 4.11 ist das x - t -Diagramm der sich ausbreitenden Welle dargestellt. Zusätzlich sind die Aufzeichnungen der DMS 1 und DMS 2 angedeutet. Sie sind vergrößert in Abbildung 4.12 dargestellt.

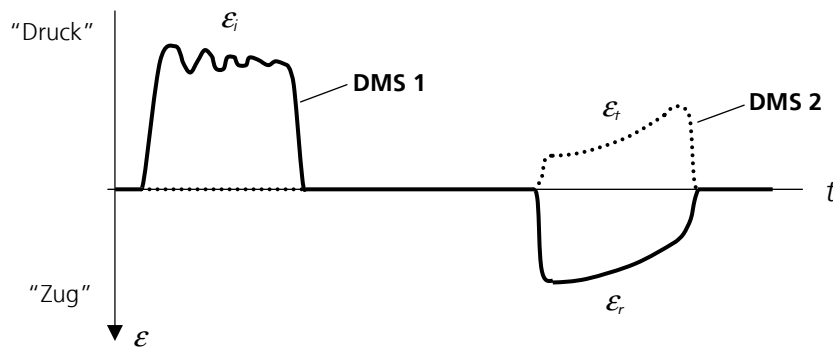


Abbildung 4.12: Aufzeichnung einer typischen Dehnungsmessung bei einem Druckversuch

Um die Verschiebungen an den Grenzfläche *I* und *II* berechnen zu können, werden die Dehnungsaufzeichnungen ε_i , ε_r und ε_t um $\Delta t = \Delta / C_0$ verschoben. Δ ist hier der Abstand des Dehnungsmessstreifen zur Grenzfläche. Für die einfallende Welle ist Δt positiv, für die reflektierte und transmittierte Welle negativ. Der Ausschnitt um die Probe wird nun näher betrachtet:

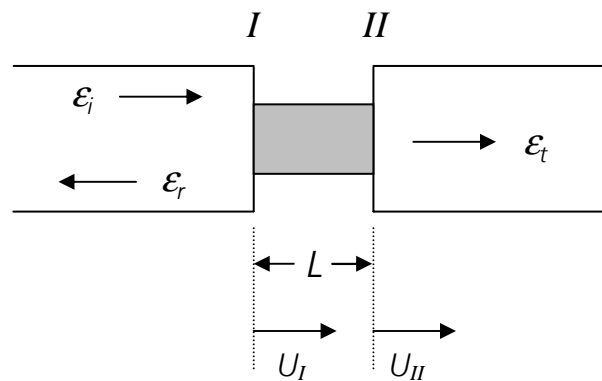


Abbildung 4.13: Verschiebung U im Bereich der Probe und Dehnungen im Ein- und Ausgangstab

Aus den Dehnungen können die Verschiebungen U_I und U_{II} berechnet werden, indem die Partikelgeschwindigkeit $v = \varepsilon C_0$ über die Zeit integriert wird. Am

Ende des Eingangsstabs überlagern sich die Partikelgeschwindigkeiten der einfallenden und reflektierten Welle. Dies zeigt Abbildung 4.11. Man beachte, dass bei Wellenzügen entgegen der positiven x-Achse (hier ε_r) für Druckdehnungen negative Verschiebungen auftreten, was zum negativen Vorzeichen in Gleichung 4.12 führt.

$$U_I = C_0 \int_0^t \varepsilon_I dt = C_0 \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r) dt \quad (4.12)$$

$$U_{II} = C_0 \int_0^t \varepsilon_{II} dt = C_0 \int_0^t \varepsilon_t dt$$

Sind die Verschiebungen am Anfang und am Ende des Probekörpers der Länge L bekannt, kann die mittlere Dehnung ε_s berechnet werden.

$$\varepsilon_s = \frac{U_I - U_{II}}{L} = \frac{C_0}{L} \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_t) dt \quad (4.13)$$

Die Dehnrate $\dot{\varepsilon}_s$ erhält man, indem man nach der Zeit t differenziert.

$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{C_0}{L} (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_t) \quad (4.14)$$

Mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes und der Stabquerschnittsfläche A ergeben sich die Kräfte an den Probenenden zu:

$$F_I = EA (\varepsilon_i + \varepsilon_r) \quad (4.15)$$

$$F_{II} = EA \varepsilon_t$$

Daraus ergeben sich mit der Probenquerschnittsfläche A_s die Spannungen an den Probenenden

$$\sigma_I = \frac{F_I}{A_s} = E \frac{A}{A_s} (\varepsilon_i + \varepsilon_r) \quad (4.16)$$

$$\sigma_{II} = \frac{F_{II}}{A_s} = E \frac{A}{A_s} \varepsilon_t$$

und die mittlere Spannung im Probekörper:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} = \frac{1}{2} E \frac{A}{A_s} (\varepsilon_i + \varepsilon_r + \varepsilon_t) \quad (4.17)$$

Entsprechend der Annahme 2) und unter Zuhilfenahme der Gleichungen 4.15 müssen die Dehnungen an den Enden der Stäbe gleich sein.

$$\varepsilon_i + \varepsilon_r = \varepsilon_t \quad (4.18)$$

Damit können die Gleichungen 4.13, 4.14 und 4.17 in vereinfachter Form angegeben werden.

$$\varepsilon_s = - \frac{2C_0}{L} \int_0^t \varepsilon_r dt \quad (4.19)$$

$$\dot{\varepsilon}_s = - \frac{2C_0}{L} \varepsilon_r \quad (4.20)$$

$$\sigma_s = E \frac{A}{A_s} \varepsilon_t \quad (4.21)$$

Alle Größen werden als Funktion der Zeit gemessen und durch Gleichsetzten der Zeit in Beziehung gesetzt.

4.4.3 Berücksichtigung der Dispersion bei der elastischen Wellenfortpflanzung in zylindrischen Stäben

Die vereinfachende Annahme 1) aus Abschnitt 4.4.2, dass sich die Welle mit einem idealen eindimensionalen Dehnungszustand und ohne Änderung ihrer Form ausbreitet, ist nur vertretbar, wenn das Verhältnis Wellenlänge zu Stabdurchmesser λ/D groß ist. Im Falle der Untersuchung von Betonproben ist diese Forderung nicht immer erfüllbar, da das grobkörnige Material Beton eine gewisse Probengröße erfordert, um es kontinuumsmechanisch betrachten zu können. Andererseits müssen die Wellenlängen im Falle von Spallationsversuchen kurz sein, damit die Spallationsebene in der Probe liegt. Diese auftretende Veränderung der Dehnungswelle durch Dispersion kann rechnerisch berücksichtigt werden. Grundlage ist die Lösung der Differentialgleichung in zylindrischen Polarkoordinaten für einen harmonischen Wellenzug nach POCHHAMMER [88] (1876) oder CHREE [24] (1889). Hierin ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit C_n der n -ten harmonischen Welle eine Funktion des Stabdurchmessers D , der Wellenlänge λ , der Poissonzahl ν und der Stabwellengeschwindigkeit für unendlich dünne Stäbe C_0 . In BANCROFT [5] sind die Ergebnisse von POCHHAMMER [88] tabellarisch ausgewertet. Die Lösungen für die ersten Schwingungsmoden sind in Abbildung 4.14 für verschiedene Poissonzahlen dargestellt.

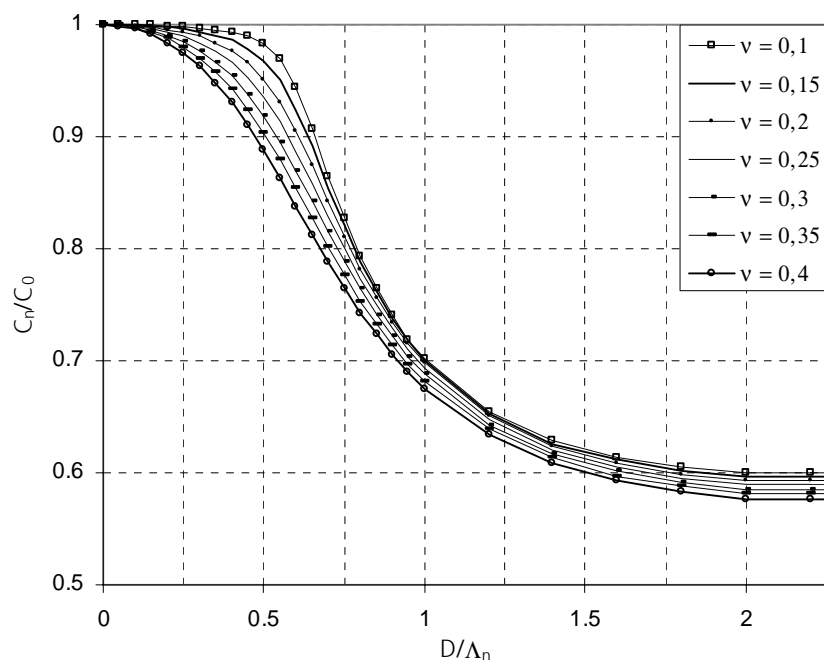


Abbildung 4.14: C_n/C_0 als Funktion des Verhältnisses von Stabdurchmesser zu Wellenlänge D/λ_n und der Querdehnzahl ν für die ersten Schwingungsmoden (Längsschwingung) nach BANCROFT [5]

Es ist zu sehen, dass für kurze Wellenlängen die Ausbreitungsgeschwindigkeit abnimmt. Sie konvergiert zu einer horizontalen Asymptote, die etwas unter $C_n/C_0 = 0.6$ liegt. Die Lösung für harmonische Wellenzüge macht man sich zunutze indem man Wellenzüge mit beliebiger Form mittels *Fourier*-Transformation in ihre harmonischen Anteile zerlegt und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Anteile bestimmt. Da sich die einzelnen Wellenanteile mit unterschiedlicher Geschwindigkeit fortpflanzen, ändert sich die Form des Wellenzuges bei seiner Ausbreitung. Im Folgenden wird die Prozedur zur Dispersionskorrektur erläutert. Zunächst wird eine beliebige Dehnungswelle $\varepsilon(t)$ in ihre harmonischen Anteile zerlegt. Die Amplituden und Phasenverschiebungen ergeben sich aus der *Fourier*-Transformation:

$$\varepsilon(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n \omega_0 t + b_n \sin n \omega_0 t) \quad (4.22)$$

$$\text{bzw.} \quad \varepsilon(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n \omega_0 t - \phi_n)$$

mit den *Fourier Koeffizienten* A_0 , a_n und b_n bzw. D_n und der Phasenverschiebung ϕ_n

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \varepsilon(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \varepsilon(t) \cos(n \omega_0 t) dt \quad \text{für } (n \geq 1)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \varepsilon(t) \sin(n \omega_0 t) dt \quad \text{für } (n \geq 1)$$

$$D_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\phi_n = \arctan(a_n / b_n) \quad (\text{Phasenwinkel})$$

$$\omega_0 = 2\pi / T \quad (\text{Kreisfrequenz})$$

Für jede harmonische Welle kann in Abhängigkeit der Wellenlänge $\lambda_n = C_n T / n$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit C_n bestimmt werden (siehe Abbildung 4.14). Für die Berechnung der Wellenlänge λ_n ist allerdings die Kenntnis von C_n nötig, da die Dehnungen als Funktion der Zeit aufgezeichnet werden. Somit muss C_n iterative ermittelt werden. Sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten C_n bekannt, können die Phasenwinkeländerungen ϕ_{dn} für eine um Δx verschobene Position angegeben werden. Sie berechnen sich aus der Abweichung der Geschwindigkeit C_n von der eindimensionalen Geschwindigkeit C_0 .

$$\phi_{dn} = n \omega_0 \left(\frac{\Delta x}{C_n} - \frac{\Delta x}{C_0} \right) \quad (4.23)$$

Für die Anwendung am Split-Hopkinson-Bar entspricht Δx dem Abstand zwischen der Dehnungsmessstelle und der Grenzfläche zwischen Stab und Probe (ΔL in Abbildung 4.11). Δx ist für eine in x-Richtung sich ausbreitende Welle positiv. Aus der gemessenen Welle wird die dispersionskorrigierte Welle $\varepsilon(t)'$ berechnet:

$$\varepsilon(t)' = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n \omega_0 t - (\phi + \phi_{dn})) \quad (4.24)$$

Sie unterscheidet sich nur durch die korrigierte Phasenverschiebung der harmonischen Anteile nach Gleichung 4.22.

Die hier beschriebene Dispersionskorrektur wird bei der Auswertung der Spallationsversuche in Kapitel 5 und 6 eingesetzt.

5 Experimentelle Untersuchungen bei Zugbelastung

In Kapitel 5 und 6 werden die Materialparameter gemessen, die in Kapitel 7 in das neu formulierte Schädigungsmodell eingebunden werden. Sie bilden die Grundlage für die Ableitung der Schädigungsbeschreibung. Zunächst wird im Kapitel 5 die Herstellung der Prüfkörper und der experimentelle Untersuchungsumfang dargestellt. Um das Zugversagen beschreiben zu können, müssen zwei Parameter gemessen werden, die Zugfestigkeit und die Bruchenergie. Für die Messung der statischen Kenngrößen können Normprüfungen angewendet werden. Sie bilden die statischen Referenzwerte, auf die die dynamischen Materialkennwerte bezogen werden. Die dynamischen Kennwerte werden mit Spallationsversuchen, bei denen die in Kapitel 4 beschriebene SHB – Anlage Anwendung findet, gemessen. Hierzu wird ein Auswerteverfahren entwickelt, um den E-Modul, die Zugfestigkeit und die spezifische Bruchenergie bei dynamischer Belastung messen zu können. Kapitel 5 schließt mit optischen Untersuchungen zur Messung der Bruchfläche.

Probengewinnung

Zur Gewinnung der Probekörper wird eine Platte mit den Abmessungen $120 \times 120 \times 31 \text{ cm}^3$ hergestellt. Aus ihr sind alle Prüfkörper, die in Kapitel 5 und 6 untersucht werden, entnommen. Verwendet wird eine Betonrezeptur, die ein Größtkorn von 8 mm aufweist, so dass das Verhältnis Probengröße zu Korngröße immer deutlich über dem Wert von fünf liegt. Dies ist Voraussetzung, um den heterogenen Werkstoff Beton näherungsweise als Kontinuum betrachten zu können. Die Zusammensetzung des Betons ist in Tabelle 5.1 angegeben.

Tabelle 5.1: Zusammensetzung des verwendeten Betons C30/37 mit einem Größtkorn von 8 mm

Wasser-Zement-Wert	0.52
Zuschlag 0 – 4 mm	591 kg/m ³
Zuschlag 4 – 8 mm	1004 kg/m ³
Zement	400 kg/m ³
Wasser	208 kg/m ³

Die Ergebnisse der Untersuchungen der Tabelle 5.2 sind somit vergleichbar und unterscheiden sich nur durch ihr Prüfalter. Bekanntlich steigt die Festigkeit mit

zunehmendem Alter, was eher zu einer Unterschätzung der Festigkeitssteigerung zwischen dynamischer und statischer Belastung führt, da die statischen Prüfkörper älter sind als die dynamischen. Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die Anzahl, die Geometrie und das Prüfalter der Betonproben aus Kapitel 5 und 6.

Tabelle 5.2: Zusammenstellung der Proben und deren Prüfalter

Versuchsart	Kapitel	Anzahl	Geometrie [mm]	Alter [Tage]	Bemerkung
E-Modul	5.1	3	$\varnothing 75 \times 150$	291	statischer Referenz- wert
Spaltzug	5.1	3	$\varnothing 150 \times 300$	291	
gekerbter Balken	5.1	3	$100 \times 100 \times 840$	290	
Spallation	5.2	19	$\varnothing 75 \times 250$	143-187	dynamisch
Napftest	6.1	24	$\varnothing 43.5 \times 70$	268-288	Vorschädi- gung + Restfestig- keit
Restdruckfest.		12		291	
Restspaltzugfest.		12		291	
transienter Druck	6.2	8	$\varnothing 75 \times 250$	233-260	Vorschädi- gung + Restfestig- keit
Restdruckfest.		12	$\varnothing 75 \times 75$	259-268	
Restspaltzugfest.		11	$\varnothing 75 \times 75$	259-268	

Untersucht werden zylindrische Probekörper mit einem Durchmesser von 75 mm für die Hopkinson-Bar-Experimente in den Abschnitten 5.2 und 6.2 und Proben mit 43.5 mm Durchmesser für die Druckversuche mit lateraler Verdämmung in Abschnitt 6.1. Sie werden durch Kernbohrungen aus der Platte entnommen und auf die Probenlänge zugesägt. Die Stirnseiten werden anschließend mit einer Genauigkeit kleiner 0.2 mm plan und parallel geschliffen. Die gekerbten Balken werden mit einer Betonsäge aus der Platte gesägt.

5.1 Statische Referenzversuche

E-Modul E_{stat}

Der statische Elastizitätsmodul E_{stat} wird an drei zylindrischen Proben mit einem Durchmesser von 75 mm und einer Länge von 150 mm gemessen. Die Proben

werden so gewählt, dass sie den gleichen Durchmesser wie die Proben der dynamischen Versuche aufweisen. Durchgeführt werden Druckversuche bei denen die Spannung aus der gemessenen Kraft berechnet und die Dehnung mit Dehnungsmessstreifen gemessen wird. Aus dem elastischen Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird der E-Modul berechnet. In Tabelle 5.3 sind die E-Moduli, deren Mittelwert und die Standardabweichung angegeben.

Tabelle 5.3: E-Modul E_{stat}

Probe	E_{stat} [GPa]	Mittelwert [GPa]
1	40.2	
2	37.8	38.9 ± 1.0
3	38.8	

Spaltzugversuch – Zugfestigkeit $f_{t,stat}$

Die Spaltzugfestigkeit ist in DIN 1048 Teil 1 oder international nach ISO 4108-1980 geregelt. Betonproben der Abmessung $d = 150 \text{ mm}$ und $l = 300 \text{ mm}$ werden quer zu ihrer Längsachse belastet. Dies führt zu Zugspannungen senkrecht zur Belastungsrichtung, die die Probe in der Mitte spalten. Zur Aufbringung der Belastung wird eine hydraulische Druckmaschine eingesetzt, bei der die obere Platte kippbar ist, so dass eine gleichförmige Krafteinleitung gewährleistet ist. Die Steuerung erfolgt in Wegregelung bis zum spröden Spaltbruch. Die Aufzeichnung der Kräfte erfolgt mit einer Kraftmessdose. Untersucht werden drei Probekörper, aus deren Ergebnis der Mittelwert berechnet wird. Die Spaltzugfestigkeit f_{st} berechnet sich nach Gleichung 5.1. In dieser Gleichung ist F die aufgebrachte Vertikalkraft senkrecht zur Probenachse, d der Durchmesser und l die Länge der Probe.

$$f_{st} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l} \quad (5.1)$$

In Tabelle 5.4 sind die Ergebnisse der Versuche zusammengestellt.

Tabelle 5.4: Spaltzugfestigkeit f_{st}

Probe	f_{st} [MPa]	Mittelwert [MPa]
1	3.52	
2	3.53	3.60 ± 0.11
3	3.76	

Die zentrische Zugfestigkeit weist im Mittel einen um 10 % geringeren Wert auf als die Spaltzugfestigkeit, so dass der statische Wert der Zugfestigkeit zu $f_{t,stat} = 0.9 \cdot 3.6 \text{ MPa} = 3.24 \text{ MPa}$ geschätzt wird.

3-Punkt Biegetest am gekerbten Balken – spezifische Bruchenergie $G_{f,stat}$

Wie für die Zugfestigkeit wird auch für die spezifischen Bruchenergie vor den dynamischen Versuchen der statische Referenzwert $G_{f,stat}$ gemessen. Zur Messung der statischen spezifischen Bruchenergie wird nach Empfehlung des RILEM [92] (Reunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions) ein Drei-Punkt-Biegeversuch durchgeführt. Die Probengeometrie und Lagerung sowie die Versuchsdurchführung sind exakt definiert. Für ein Größtkorn von 8 mm hat der Balken die folgenden Abmessungen: $100 \times 100 \times 840 \text{ mm}^3$. Die Kerbe darf die Breite von 10 mm nicht überschreiten und hat eine Tiefe bis zur Balkenmitte. Die Stützweite des Balkens beträgt 800 mm. Zur Lastaufbringung wird eine hydraulische Druckmaschine eingesetzt, die in Wegregelung steuert. Der Versuchsaufbau und die Versuchsauswertung der Ergebnisse sind in Abschnitt 2.2 beschrieben.

Insgesamt werden drei Balken untersucht. Die Ergebnisse gibt die folgende Tabelle an:

Tabelle 5.5: Spezifische Bruchenergie $G_{f,stat}$

Probe	$G_{f,stat}$ [N/m]	Mittelwert [N/m]
1	120.5	
2	125.5	125.0 ± 3.5
3	129.1	

5.2 Dynamische Versuche

5.2.1 Beanspruchungsprinzip und Versuchsdurchführung

Für die Messung des *E-Moduls*, der *Zugfestigkeit* und der *Bruchenergie* bei Dehnraten zwischen 10^1 1/s und 10^2 1/s werden Spallationsversuche mit der in Abschnitt 4 beschriebenen SHB-Anlage durchgeführt. Mit der Federschusskanone wird das 60 mm lange Projektil auf den Eingangsstab geschossen und erzeugt dort eine elastische Welle. Am Ende des Eingangsstabs ist die Probe platziert. Ein Teil der Welle wird in die Probe transmittiert, der andere Teil am Ende des Eingangsstabs reflektiert. Der in die Probe transmittierte Teil reflektiert am freien Probenende und baut sich zur Zugwelle auf. Überschreitet die Zugspannung die Festigkeit des Betons, kommt es zum Riss in der Probe. Abbildung 5.1 stellt die Ausbreitung der Welle und die Reflektion am Probenende dar.

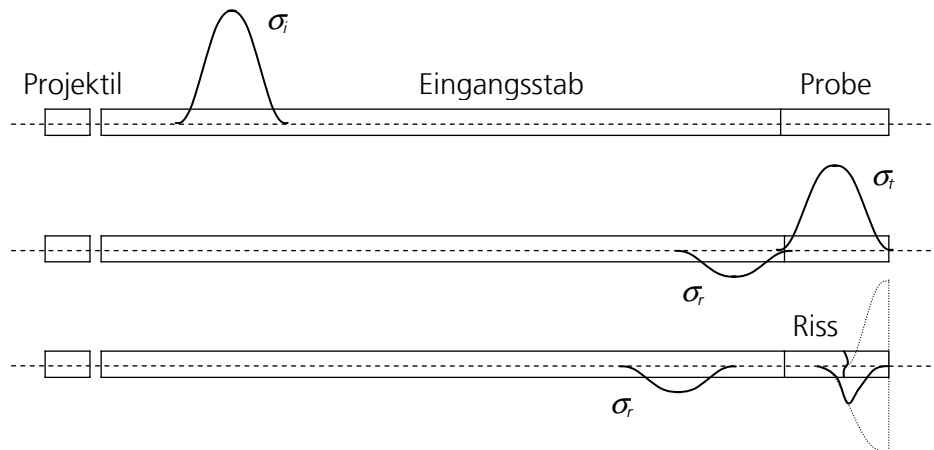


Abbildung 5.1: Beanspruchungsprinzip beim Spallationsversuch

Der E-Modul wird aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle in der Probe berechnet. Dazu wird die Welle am Probenanfang aus der Dehnungsaufzeichnung am DMS 4 und am Probenende aus der Integration der Beschleunigungsaufzeichnung berechnet. Die Zugfestigkeit kann direkt aus der Aufzeichnung der freien Oberflächengeschwindigkeit berechnet werden. Für die Messung der Bruchenergie müssen die Geschwindigkeiten der Bruchstücke gemessen werden. Somit sind für die Auswertung der drei Materialparameter die Dehnungsmessung am DMS 4, die Beschleunigungsaufzeichnung am Probenende (BA) und die Hochgeschwindigkeits-Videoaufnahme notwendig. Die Messung der Dehnung auf der Probe am DMS 5 wird zusätzlich durchgeführt und in Kapitel 6.2 verwendet. Die folgende Abbildung gibt die Position der Messaufnehmer an, die bereits in Abschnitt 4.3 erklärt worden sind.

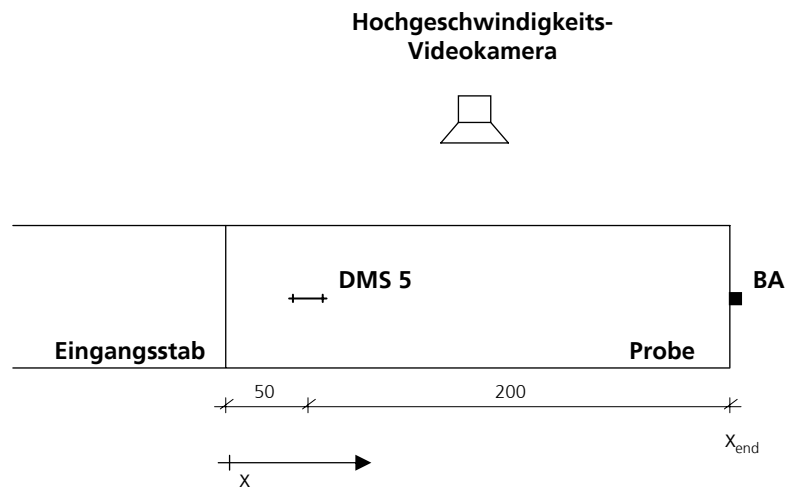


Abbildung 5.2: Messaufnehmer auf der Betonprobe und Videoaufzeichnung

Das Auswerteverfahren zur Messung der Materialparameter wird für die erste Belastungsstufe in Abschnitt 5.2.2 beschrieben. Insgesamt werden fünf Belastungsstufen untersucht, wobei in diesem Kapitel zur Messung der Materialeigenschaften für Zug Stufe 1 bis 3 und Versuche mit gekerbten Proben durchgeführt werden. Die Stufen 4 und 5 werden für die Untersuchung der Schädigung durch transienten Druck verwendet und sind in Abschnitt 6.2 behandelt. Die Bruchbilder können allerdings mit den in diesem Kapitel durchgeführten Experimenten verglichen werden. Bei allen Versuchen bleibt die Projektillänge, und somit die Belastungsdauer, konstant. Variiert wird die Projektilgeschwindigkeit, mit der unterschiedliche Belastungsamplituden und Belastungsgeschwindigkeiten in der Probe erzielt werden. In Tabelle 5.6 ist die Probenanzahl, der eingestellte Federweg und der Mittelwert der Projektilgeschwindigkeit v_{proj} für die auf Zug belasteten Proben angegeben.

Tabelle 5.6: Belastungsstufen der Spallationsexperimente

Stufe	Proben- anzahl	Federweg [mm]	v_{proj} [m/s]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]	σ_{max} [MPa]
1	4	40	4.1	33	25
2	4	80	7.6	68	49
3	4	120	11.1	80	64
gekerbt (geklebt)	3	30	3.0	23	-
gekerbt (angelegt)	4	35	3.4	31	-

Die in der Spallationsebene auftretende Dehnrate $\dot{\varepsilon}$ vor dem Bruch und die maximale Druckspannung σ_{max} an der Stelle des DMS 5 sind die Mittelwerte der Messergebnisse. Die Dehnraten sind aus den Tabellen 5.8, 5.11, 5.13, 5.14 und 5.16 entnommen. Die maximalen Druckspannungen werden aus den Daten der Tabelle 6.4 und 6.5 berechnet. Die Mittelwerte geben einen Überblick über die Belastungsgeschwindigkeit und Intensität der jeweiligen Belastungsstufe.

Die nicht gekerbten Proben der Belastungsstufe 1 bis 3 haben den Vorteil, dass keine Störung des eindimensionalen Spannungszustands auftritt, was bei gekerbten Proben nachteilig ist. Die gekerbten Proben haben allerdings bei der Messung der spezifischen Bruchenergie den Vorteil, dass die Bruchfläche der Querschnittsfläche in der Kerbe entspricht. Bei nicht gekerbten Proben ist die Messung der Bruchfläche nicht klar definiert. Beide Probenarten haben Vor- und Nachteile, so dass beide Arten untersucht werden und die Ergebnisse mit einander verglichen werden können.

5.2.2 Auswerteverfahren

Für die Belastungsstufen, wie sie aus Tabelle 5.6 hervorgehen, werden jeweils vier Versuche durchgeführt. Wir greifen nun einen Versuch der Stufe 1 heraus und durchlaufen das Auswerteverfahren. Ausgangspunkt ist die Aufzeichnung der Dehnung am DMS 4 (vgl. Abbildung 4.3 aber ohne Ausgangsstab).

1. Schritt: Randbedingungen an den Probenenden (Fourieranalyse)

Zunächst wird die Dehnungsaufzeichnung mittels Fourieranalyse in ihre harmonischen Anteile zerlegt. Unter der Berücksichtigung der Dispersion wird die Dehnung am Ende des Eingangsstabs aufgebaut (vgl. Gleichung 4.24):

$$\varepsilon_{alu}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n \omega_0 t - (\phi + \phi_{dn})) \quad (5.2)$$

Aus den Dehnungen im Aluminiumstab können die Spannungen am Probenanfang berechnet werden. Hierzu ist allerdings die Kenntnis der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Beton C_{bet} notwendig. Sie wird im dritten Schritt gemessen. Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit gemessen, können die Randbedingungen der Wellengleichung 5.3 für die Probe formuliert werden:

$$\sigma(x=0, t) = E_{alu} \cdot \varepsilon_{alu}(t) \frac{2 A_{bet} \rho_{bet} C_{bet}}{A_{alu} \rho_{alu} C_{alu} + A_{bet} \rho_{bet} C_{bet}} \quad (5.3)$$

$$\sigma(x=x_{end}, t) = 0$$

2. Schritt: Lösung der Wellengleichung (D'ALEMBERT, Reflektion am freien Ende)

Nach D'ALEMBERT breitet sich ein Wellenzug mit der Geschwindigkeit C aus, ohne dabei seine Form zu ändern. Es wird nun die Spannung und die Partikelgeschwindigkeit als Funktion des Ortes x und der Zeit t abgeleitet. Dies ermöglicht die Darstellung der Spannungsverläufe in der Betonprobe, während sich eine Zugwelle aufbaut (vgl. Abbildung 5.7) .

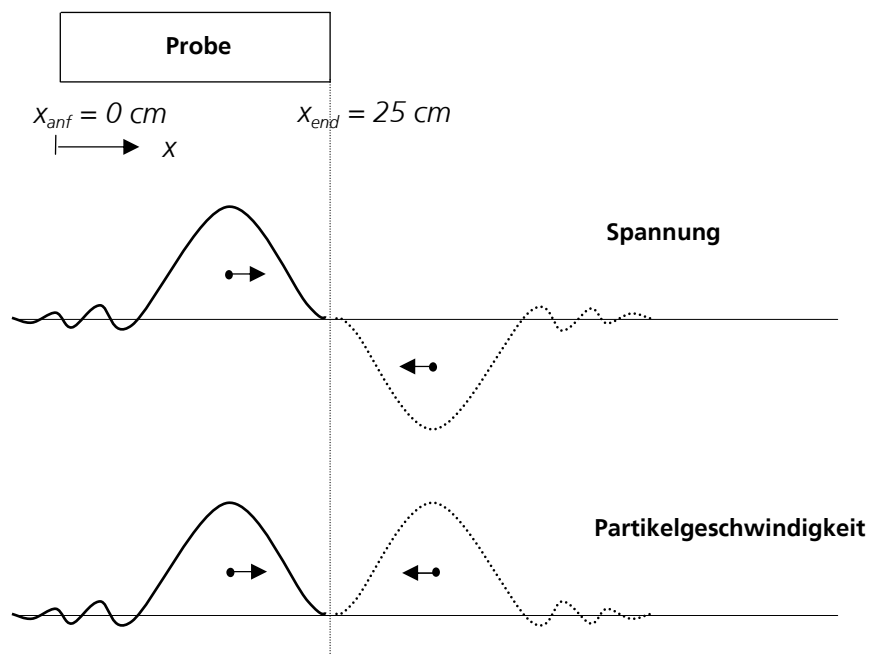


Abbildung 5.3: Fiktive Überlagerung der Spannung und Partikelgeschwindigkeit am Probenende

Zunächst betrachten wir einen in X -Richtung laufenden Wellenzug. Da die Welle eine Position mit einem Abstand x später durchläuft, muss die Laufzeit x/C , die die Welle bis dort hin benötigt, von der Variablen t subtrahiert werden. t wird also durch $t-x/C$ ersetzt. Aus der Dehnungsmessung, die als Funktion der Zeit t vorliegt, erhält man die Spannung und Partikelgeschwindigkeit als Funktion von x und t . Bei der Reflektion am freien Ende addieren sich die Spannungen zweier gegenläufiger Wellenzüge (Druckspannung mit positivem Vorzeichen und Zugspannung mit negativem Vorzeichen). Die gegen die X -Richtung laufende Welle erhält man durch Punktspiegelung des in X -Richtung laufenden Wellenzugs am Probenende. Im Gegensatz dazu bleibt bei der Berechnung der Partikelgeschwindigkeit das Vorzeichen der zu überlagernden Wellen gleich (siehe Abbildung 5.3). Die Spannung und die Partikel-

geschwindigkeit in der Probe gibt Gleichung 5.4 an. Dies gilt nur, solange die Probe sich elastisch verhält. Sobald die Rissbildung beginnt, kann die analytische Betrachtungsweise nicht mehr angewendet werden.

$$\sigma(x, t) = \sigma\left(t - \frac{x}{C}\right) - \sigma\left(t + \frac{x - 2x_{end}}{C}\right) \quad (5.4)$$

$$v(x, t) = \frac{C}{E} \sigma\left(t - \frac{x}{C}\right) + \frac{C}{E} \sigma\left(t + \frac{x - 2x_{end}}{C}\right)$$

Die Auswertung der Gleichungen für den Zeitraum, in der sich die Zugwelle aufbaut, stellt Abbildung 5.7 im Zeitraster von 5 μs dar. Sie ist die Grundlage für die Berechnung der Impulsverhältnisse bevor es zur Rissbildung in der Probe kommt.

3. Schritt: Messung des dynamischen E-Moduls E_{dyn}

Nach Gleichung 5.2 können die Dehnungen am Ende des Eingangsstabs berechnet werden, d.h. die Welle ist als Funktion der Zeit am Beginn der Betonprobe bei $x_{anf} = 0 \text{ cm}$ bekannt. Zusätzlich ist die Welle am Ende der Probe bei $x_{end} = 25 \text{ cm}$ durch die Messung der Partikelgeschwindigkeit bekannt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit C wird nun nach Gleichung 5.5 aus der Wellenlaufzeit Δt , die die Welle für die Ausbreitung vom Anfang bis zum Ende der Probe benötigt, berechnet. Hierzu wird die Aufzeichnung der Partikelgeschwindigkeit entlang der Zeitachse um Δt verschoben bis die Anstiegsflanken der Partikelgeschwindigkeit und der Dehnung exakt übereinander liegen (siehe Abbildung 5.4). So kann die Wellenlaufzeit präzise gemessen werden. Hieraus wird der dynamische E-Modul E_{dyn} wie folgt abgeleitet.

$$C = \frac{l}{\Delta t} = \frac{x_{end} - x_{anf}}{\Delta t} \Rightarrow E_{dyn} = \rho \cdot C^2 \quad (5.5)$$

Wie Abbildung 5.4 belegt, führen die berechnete Dehnung am Probenanfang und die aus der gemessenen Beschleunigungsaufzeichnung berechnete Partikelgeschwindigkeit zur selben Form, bis die Entlastungswelle vom Rissufer die freie Oberfläche erreicht und damit der Signalverlauf der Partikelgeschwindigkeit nicht mehr auf Null zurückgeht. Zwei unterschiedliche Messaufnehmer (Dehnungsmessung und Beschleunigungsmessung) führen auf die bekannte lineare Beziehung zwischen Partikelgeschwindigkeit und Dehnung. Dies untermauert die Anwendbarkeit und Genauigkeit der Dehnungs- und Partikelgeschwindigkeitsmessung.

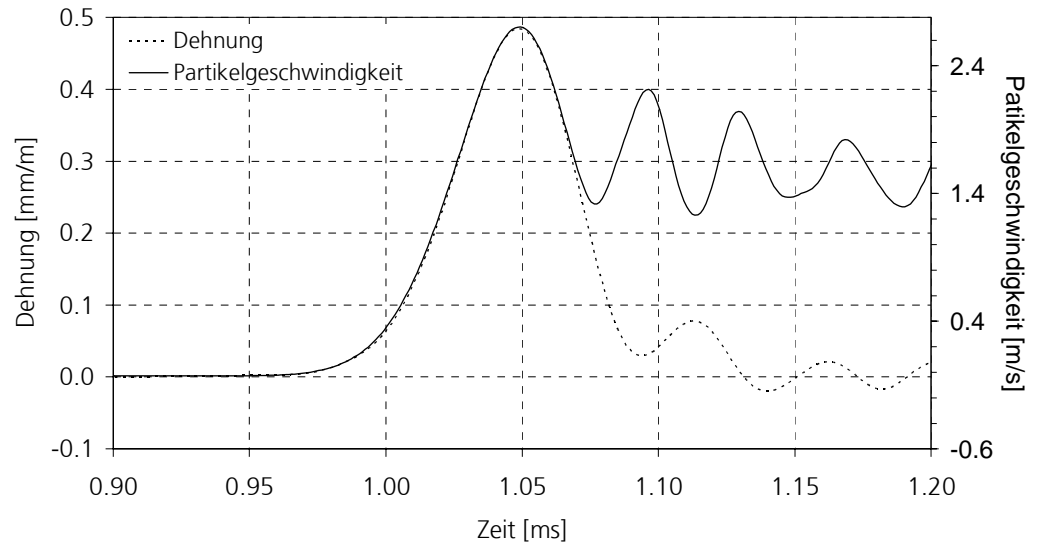


Abbildung 5.4: Übereinanderlegen des um Δt verschobenen Signals aus der Partikelgeschwindigkeit am Probenende und der Dehnung am Ende des Eingangsstabs (Probenanfang)

4. Schritt: Messung der dynamischen Zugfestigkeit $f_{t,dyn}$

Die dynamische Zugfestigkeit kann aus Geschwindigkeitsabnahme Δu_{pb} , der „pull-back“-Geschwindigkeit, an der freien Oberfläche berechnet werden.

$$f_{t,dyn} = \frac{1}{2} \rho \cdot C \cdot \Delta u_{pb} \quad (5.6)$$

Diese Methode zur Messung der Zugfestigkeit ist aus den Planar-Platten-Impakt-Experimenten entnommen. Eine genauere Beschreibung der Planar-Platten-Impakt-Versuchstechnik findet sich in ARNOLD [3], WINKLER [119], MEYERS [80] oder ZUKAS [122]. Abbildung 5.5 zeigt die „pull-back“-Geschwindigkeit, aus der nach Gleichung 5.6 die Zugfestigkeit berechnet wird.

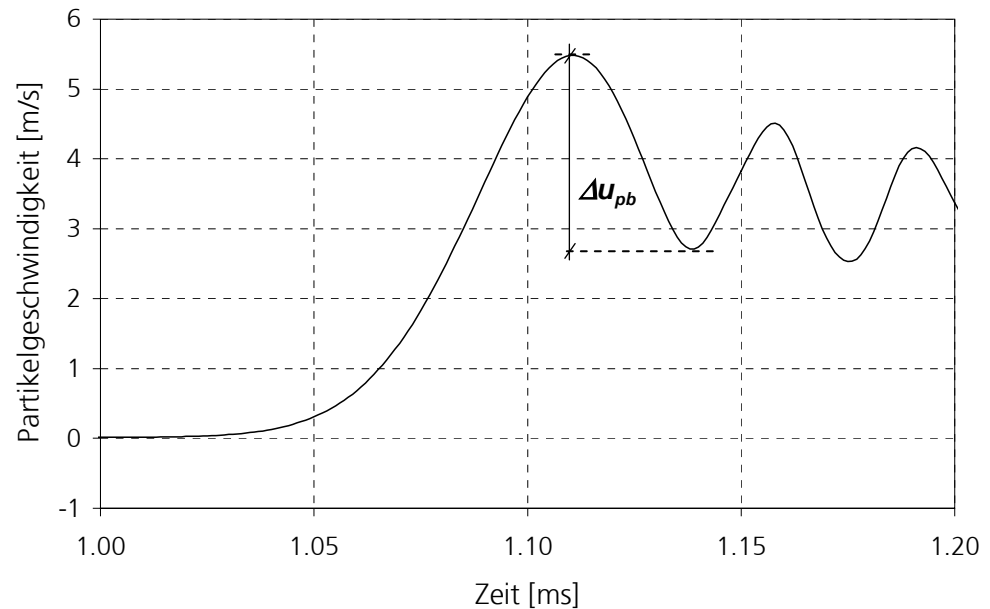


Abbildung 5.5: Geschwindigkeitsabnahme während der Spallation: Δu_{pb}

5. Schritt: Messung der dynamischen Bruchenergie Gf_{dyn}

Die Bruchenergie wird aus der Reduktion der Bruchstückgeschwindigkeiten während des Bruchvorgangs berechnet. Abbildung 5.6 zeigt skizzenhaft ein typisches Bruchbild der ersten Belastungsstufe. In Abbildung 5.10 sind die fotografierten Bruchstücke dargestellt. Für die erste Belastungsstufe sind zwei Bruchstücke BR 1 und BR 2 zu beobachten, die die Masse m_1 bzw. m_2 und die Geschwindigkeit v_1 bzw. v_2 aufweisen. Bei Versuchen der zweiten Belastungsstufe ist mindestens ein weiteres Bruchstück zu beobachten. Die Versuche werden nach dem hier beschriebenen Verfahren ausgewertet.

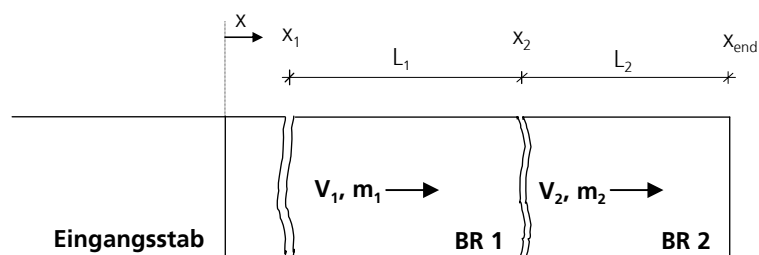


Abbildung 5.6: Bruchstückverteilung bei der kleinsten Belastungsstufe

Der Impuls wird für den Zeitpunkt

t_1 - Zeitpunkt unmittelbar vor der Rissinitiierung und

t_2 – Zeitpunkt, nachdem der Bruchvorgang abgeschlossen ist,

bilanziert. Aus dem Transfer des Impulses von Bruchstück 2 nach Bruchstück 1 und der dazugehörenden Rissöffnungsgeschwindigkeit wird die Bruchenergie berechnet.

Impulsbilanz vor der Rissinitiierung (Zeitpunkt t_1):

Um die Bilanzierung durchführen zu können, muss der Zeitpunkt der Rissinitiierung bekannt sein. Nur dann ist es möglich, die Geschwindigkeitsverteilung in der Probe unmittelbar vor der Entstehung des ersten Risses anzugeben. Wie aus Abbildung 5.7 links hervorgeht, tritt die maximale Zugspannung bevor die Rissbildung beginnt an der Stelle x_2 auf. Die fett gezeichnete Linie des Diagramms stellt die Spannungsverteilung, bei der die Zugspannung die Zugfestigkeit $f_{t,dyn}$ erreicht, dar. Die zeitlich folgenden Spannungsverteilungen ($\sigma(x,120)$, $\sigma(x,125)$, ...) treten in der dargestellten Form nicht mehr auf, da durch die Rissbildung bei x_2 die Spannungen wieder abnehmen. Der Zeitpunkt, bei dem die Spannungsverteilung die Zugfestigkeit erreicht, ist t_1 . Die Zugfestigkeit ist bereits nach „Schritt 4“ bekannt. Nun kann die Partikelgeschwindigkeitsverteilung in der Betonprobe am Zeitpunkt unmittelbar vor der Rissinitiierung (t_1) nach Gleichung 5.4 berechnet werden (siehe fett gedruckte Linie des rechten Diagramms aus Abbildung 5.7).

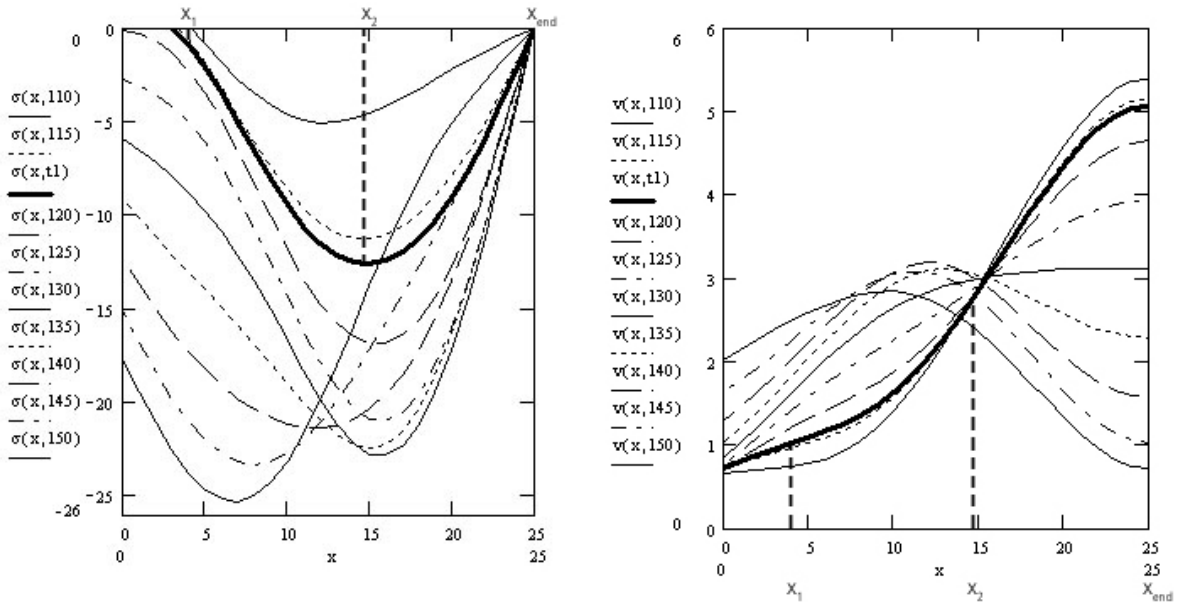


Abbildung 5.7: Spannungs- und Partikelgeschwindigkeitsverteilung in der 25 cm langen Probe im 5 μ s Raster während sich die Zugwelle aufbaut und Position der Risse (x_1 und x_2)

Für die Bruchstücke, die zu diesem Zeitpunkt natürlich noch nicht vorhanden sind, berechnen sich die Impulse nach:

$$I_{t1-1} = \int_{x_1}^{x_2} \rho \cdot A \cdot v(x, t1) dx, \quad I_{t1-2} = \int_{x_2}^{x_{end}} \rho \cdot A \cdot v(x, t1) dx \quad (5.7)$$

Zusätzlich werden die mittleren Geschwindigkeiten angegeben. Sie können mit den gemessenen Bruchstückgeschwindigkeiten verglichen werden.

$$v_{t1-1} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{v(x, t1)}{x_2 - x_1} dx, \quad v_{t1-2} = \int_{x_2}^{x_{end}} \frac{v(x, t1)}{x_{end} - x_2} dx \quad (5.8)$$

Impulsbilanz nach dem Bruch (Zeitpunkt t2):

Die Impulsanteile in den Bruchstücken berechnen sich aus den Bruchstückmassen und deren Geschwindigkeiten. Die Massen werden durch Wiegen der Bruchstücke gemessen. Für die Messung der Geschwindigkeiten steht die Aufzeichnung der Hochgeschwindigkeits-Videokamera zur Verfügung. Aus den Einzelbildern zu verschiedenen Zeitpunkten wird die Bewegung der

Bruchstücke gemessen und mit der zeitlichen Differenz zwischen den Bildern die Bruchstückgeschwindigkeit berechnet. Die Impulse beider Bruchstücke berechnen sich nach:

$$I_{t2-1} = m_1 \cdot v_{t2-1}, \quad I_{t2-2} = m_2 \cdot v_{t2-2} \quad (5.9)$$

Impulstransfer während des Bruchs (zwischen $t1$ und $t2$):

Während der Bildung eines Risses ändern sich die Impulsverhältnisse in den Bruchstücken. Der Vorgang der Rissöffnung $\delta_{1,2}$ ist in Abbildung 5.8 dargestellt. An der primären Bruchstelle wird von Bruchstück 2 der Impuls $I_{1,2}$ zum Bruchstück 1 übertragen. $I_{1,2}$ wird aus den beiden Impulsverhältnissen zum Zeitpunkt $t1$ und $t2$ nach Gleichungen 5.7 und 5.9 berechnet.

$$I_{1-2} = I_{t1-2} - I_{t2-2} = m_2 (v_{t1-2} - v_{t2-2}) \quad (5.10)$$

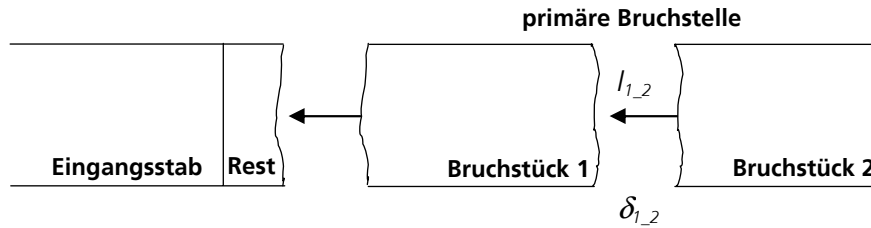


Abbildung 5.8: Impulstransfer von Bruchstück 2 nach Bruchstück 1 während des Bruchvorgangs

Energiedissipation an der primären Bruchstelle (zwischen $t1$ und $t2$):

Die Bruchenergie ist das Integral der Kraft F über die Rissöffnung δ . Sie kann auch aus dem Impulstransfer dI und der Rissöffnungsgeschwindigkeit $\dot{\delta}$ berechnet werden:

$$Gf = \int F d\delta = \int \frac{dI}{dt} \delta dt \quad (5.11)$$

Nach Gleichung 5.10 ist der Impulstransfer über die gesamte Rissöffnung bekannt. Eine mittlere Öffnungsgeschwindigkeit kann aus den Bruchstückgeschwindigkeiten vor der Rissinitiation nach Gleichung 5.8 und den gemessenen Bruchstückgeschwindigkeiten berechnet werden:

$$\dot{\delta}_{1-2} = \frac{v_{t2-2} + v_{t1-2}}{2} - \frac{v_{t2-1} + v_{t1-1}}{2} \quad (5.12)$$

Die Bruchenergie $Gf_{1,2}$ berechnet sich vereinfacht über den gesamten Rissöffnungsprozess nach Gleichung 5.13. Um die spezifische Bruchenergie $G_{f,dyn}$ zu berechnen, muss $Gf_{1,2}$ durch die Bruchfläche A_{BR} geteilt werden. A_{BR} wird mittels optischer Analysen in Abschnitt 5.2.7 gemessen.

$$Gf_{1,2} = l_{1,2} \cdot \dot{\delta}_{1,2} \quad (5.13)$$

6. Schritt: Dehnrates und Rissöffnungsgeschwindigkeit

Für die Auswertung der dynamischen Bruchenergie und der Rissöffnungsgeschwindigkeit ist die Stelle des primären Risses betrachtet worden (Stelle 1_2). Bevor es allerdings zur Bildung des Risses kommt, muss die Zugspannung erst die Zugfestigkeit erreichen. Sie ist bekanntlich eine Funktion der Dehnrates und bereits in „Schritt 4“ aus den gemessenen Beschleunigungssignalen berechnet worden. Die zu der Zugfestigkeit gehörende Dehnrates wird nun berechnet.

Dehnrates vor der Rissinitiierung (Zeitpunkt t_1):

Vor Erreichen der Zugfestigkeit wird elastisches Materialverhalten vorausgesetzt, was die direkte Berechnung der Dehnrates aus den Spannungen ermöglicht. Sie wird mit Hilfe der Gleichung 5.4 für die Stelle $x = x_2$ berechnet:

$$\dot{\epsilon}_{1,2} = \frac{d}{dt} \frac{\sigma(x_2, t)}{E} \quad (5.14)$$

Abbildung 5.9 stellt die Dehnrates $\dot{\epsilon}_{1,2}$ als Funktion der Zugspannung an der primären Bruchstelle dar. Sie ist beim Durchgang von Wellen nicht konstant. Aus diesem Grund wird sie als Mittelwert aus dem Spannungsbereich zwischen $\sigma = 0$ und $\sigma = f_t$ berechnet.

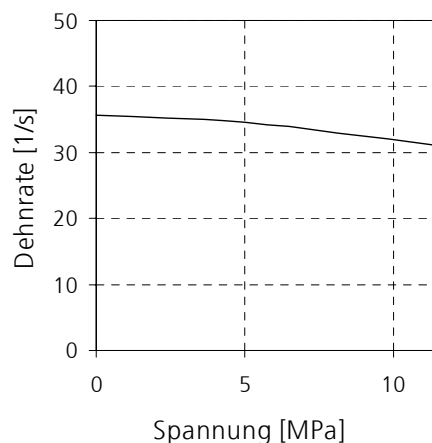


Abbildung 5.9: Entwicklung der Dehnrates an der primären Bruchstelle aufgetragen über die Spannung, während sich die Zugwelle aufbaut für den Versuch SHB 14

Rissöffnungsgeschwindigkeit zwischen Zeitpunkt t_1 und Zeitpunkt t_2 :

Ist die Zugfestigkeit erreicht, kommt es zu inelastischen Verformungen. Die Verformungen lokalisieren in einem engen Bereich, der Prozesszone. Um Dehnungen in der Prozesszone angeben zu können, muss die Größe dieser Zone messbar sein. Dies ist wegen der geringen Ausdehnung nicht möglich, und so kann eine Dehnrates bei der Dehnungslokalisierung nicht gemessen werden. Die Rissöffnungsgeschwindigkeit ist jedoch unabhängig von der Größe der Prozesszone. Sie gibt lediglich an, mit welcher Geschwindigkeit sich die beiden Rissufer auseinander bewegen. Die mittlere Öffnungsgeschwindigkeit wird nach Gleichung 5.12 berechnet.

Das Verfahren zur Messung der Bruchenergie ist am Beispiel eines Versuchs der ersten Belastungsstufe erläutert worden. Nach dem gleichen Prinzip wird die Bruchenergie auch für die zweite Belastungsstufe gemessen. Hier treten allerdings mehrere Bruchstücke auf (multiple spalling) und die beschriebenen Auswertung nach „Schritt 5“ muss modifiziert werden. Die Modifikationen werden in Abschnitt 5.2.4 beschrieben. Die dritte Belastungsstufe wird nur zur Messung des E-Moduls und der Zugfestigkeit verwendet. Die Ergebnisse, bestehend aus dem dynamischen E-Modul und der dynamischen Zugfestigkeit mit zugehöriger Dehnrates sowie der dynamischen spezifischen Bruchenergie und der dazugehörigen Rissöffnungsgeschwindigkeit, sind in den Abschnitten 5.2.3 bis 5.2.5 zusammengestellt.

Zur Messung der dynamischen Kenngrößen werden zusätzlich zu den Belastungsstufen 1 bis 3 gekerbte Proben untersucht. Sie sind in Abschnitt 5.2.6 beschrieben. Die Kerbe wird dort platziert, wo bei den nicht gekerbten Proben die primäre Bruchstelle zu beobachten war.

5.2.3 Bruchverhalten bei Belastungsstufe 1

Nach Tabelle 5.6 tritt bei Belastungsstufe 1 eine maximale Druckbeanspruchung von $\sigma_{max} \sim 25 \text{ MPa}$ auf. Die nach Gleichung 5.14 berechnete Dehnrates beim Aufbau der Zugwelle beträgt im Mittel $\dot{\epsilon} \sim 33 \text{ 1/s}$.

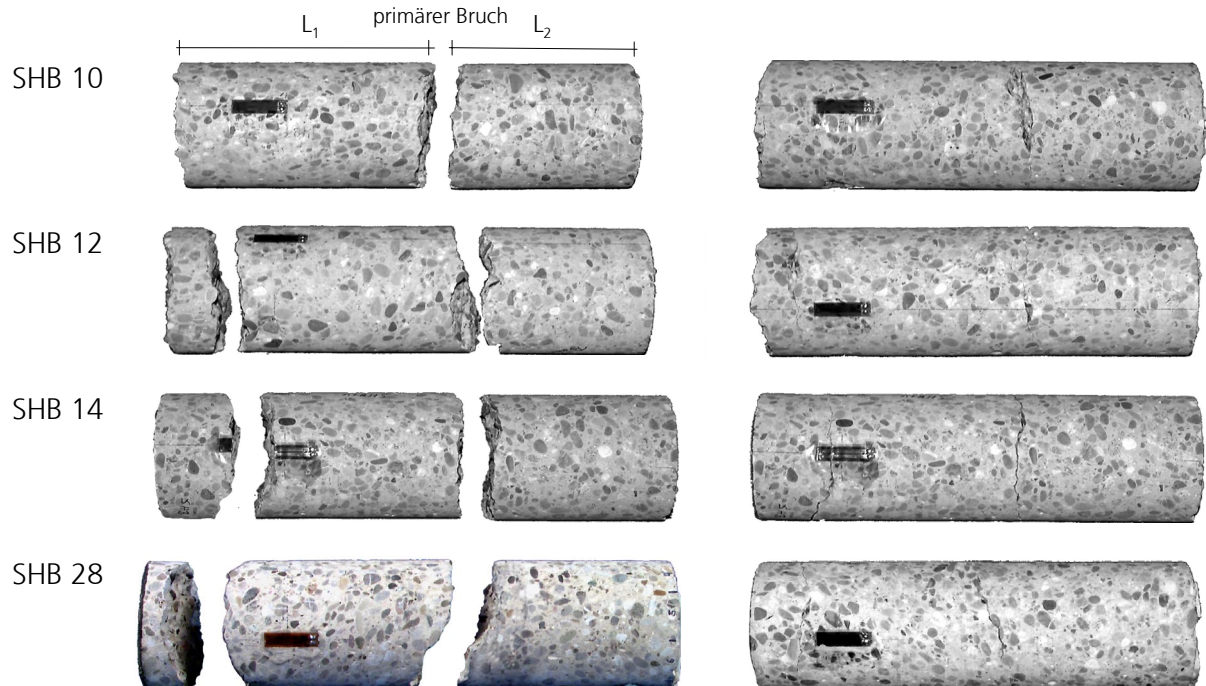


Abbildung 5.10: Bruchstücke nebeneinander gelegt (links) und zusammengefügt (rechts)

Abbildung 5.10 und Tabelle 5.7 zeigen, dass sich die primäre Bruchstelle in einem Abstand zwischen 90 mm und 112 mm vom rechten Probenende befindet. Die sekundäre Bruchstelle tritt nahe der Klebestelle auf.

Tabelle 5.7: Länge (Masse) der Bruchstücke und deren Geschwindigkeit am Zeitpunkt der Rissinitiierung t_1 und nach Abschluss der Rissbildung t_2

Probe	$L_1 [\text{mm}]$ $(m_1) [\text{kg}]$	$L_2 [\text{mm}]$ $(m_2) [\text{kg}]$	$v_{t1-1} [\text{m/s}]$	$v_{t1-2} [\text{m/s}]$	$v_{t2-1} [\text{m/s}]$	$v_{t2-2} [\text{m/s}]$
SHB 10	142 (1.43)	103 (1.04)	1.26	4.16	1.00	3.40
SHB 12	131 (1.32)	90 (0.91)	1.73	4.54	1.38	2.63
SHB 14	110 (1.11)	102 (1.03)	1.66	4.20	0.68	3.03
SHB 28	109 (1.10)	112 (1.13)	1.87	3.61	1.02	1.82

Die Bruchenergie wird an der primären Bruchstelle ausgewertet. Beim Zusammenfügen der Bruchstücke zeigt sich, dass nur wenige Teilstücke fehlen. In der Umgebung der Bruchstelle treten allerdings feine Risse, also zusätzliche Bruchflächen auf, die in Abschnitt 5.2.7 mittels optischer Analysen gemessen werden. Die mittlere Länge der Bruchstücke 1 und 2 und deren Geschwindigkeiten zum Zeitpunkt vor der Rissinitiierung t_1 und zum Zeitpunkt nach vollständiger Rissöffnung t_2 sind in Tabelle 5.7 angegeben. Aus diesen Geschwindigkeiten wird der Impulstransfer nach Gleichung 5.10 und die Rissöffnungsgeschwindigkeit nach Gleichung 5.12, aus denen dann die Bruchenergie ermittelt wird, berechnet. Tabelle 5.8 stellt die dynamischen Materialparameter für die erste Belastungsstufe zusammen.

Tabelle 5.8: Zusammenstellung der dynamischen Materialparameter für die Belastungsstufe 1

Probe	$E - \text{Modul}$ [GPa]	$f_{t, dyn}$ [MPa]	Gf_{dyn} [Nm]	A_{BR} / A [-]	Gf_{dyn} / A_{BR} [N/m]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]	$\dot{\delta}$ [m/s]
SHB 10	38.6	13.2	2.09	2.76	175.3	37.1	2.65
SHB 12	41.4	14.3	3.52	2.65	307.1	37.9	2.03
SHB 14	39.9	12.5	2.94	1.83	371.3	33.6	2.45
SHB 28	40.4	11.5	2.57	1.98	299.9	23.5	1.27
Mittel	40.1 ± 1.0	12.9 ± 1.0	2.78	2.31	288.5 ± 71.0	33.0	2.10

$f_{t, dyn}$: dynamische Zugfestigkeit nach Gl. 5.6

A_{BR} / A : Verhältnis der Bruchfläche zur Querschnittsfläche nach Abschnitt 5.2.7

Gf_{dyn} : dynamische Bruchenergie an der primären Bruchstelle zwischen Bruchstück 1 und 2 nach Gl. 5.13

$\dot{\epsilon}$: mittlere Dehnrate vor der Rissinitiierung nach Gl. 5.14

$\dot{\delta}$: Rissöffnungsgeschwindigkeit an der primären Bruchstelle zwischen Bruchstück 1 und 2 nach Gl. 5.12

5.2.4 Bruchverhalten bei Belastungsstufe 2

Bei der zweiten Belastungsstufe ist die maximale Druckbeanspruchung im Mittel $\sigma_{max} \sim 49 \text{ MPa}$. Die mittlere Dehnrates der Versuche beträgt $\dot{\epsilon} \sim 68 \text{ 1/s}$. Die Bruchbilder bei dieser Belastung zeigt Abbildung 5.11.

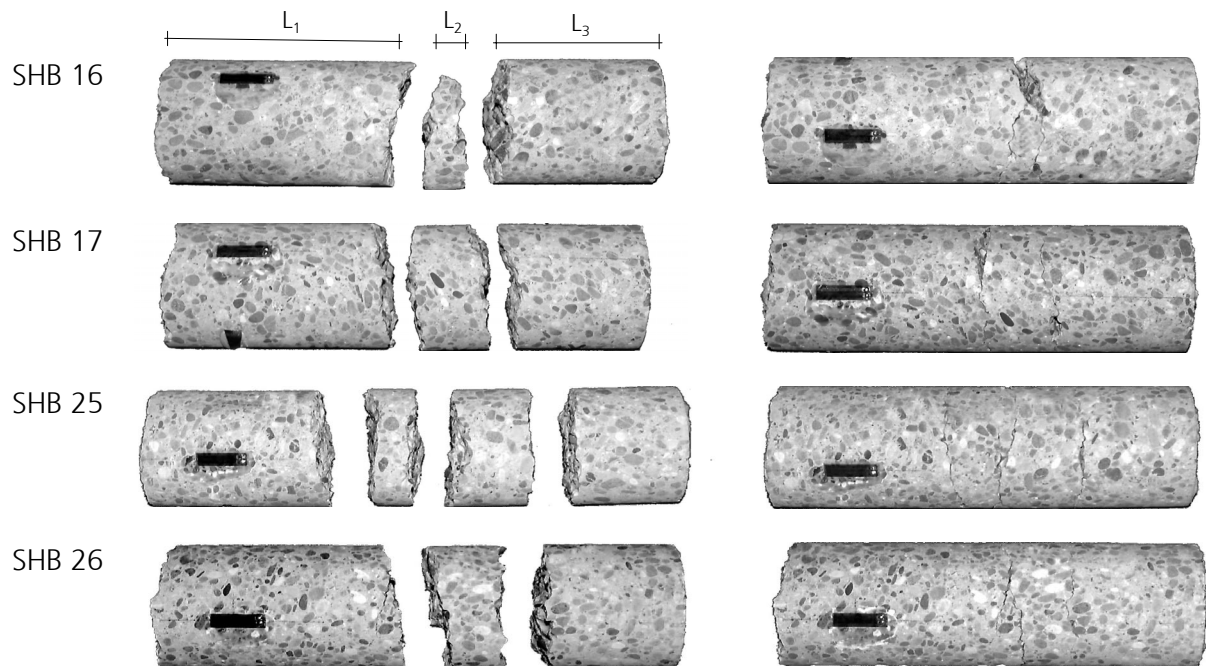


Abbildung 5.11: Bruchstücke nebeneinander gelegt (links) und zusammengefügt (rechts)

Die mittlere Länge und die Masse der Bruchstücke fasst Tabelle 5.9 zusammen. Die Geschwindigkeiten vor und nach dem Bruch gibt Tabelle 5.10 an.

Tabelle 5.9: Länge und Masse der Bruchstücke

Probe	L_1 [mm]	L_2 [mm]	L_3 [mm]	L_4 [mm]	m_1 [kg]	m_2 [kg]	m_3 [kg]	m_4 [kg]
SHB 16	135	12	94	-	1.36	0.12	0.95	-
SHB 17	124	38	76	-	1.25	0.38	0.76	-
SHB 25	109	25	45	68	1.10	0.26	0.46	0.68
SHB 26	133	33	79	-	1.35	0.33	0.81	-

Tabelle 5.10: Geschwindigkeit der Bruchstücke am Zeitpunkt der Rissinitiierung t_1 und nach Abschluss der Rissbildung t_2

Probe	$v_{t1_1} [m/s]$	$v_{t1_2} [m/s]$	$v_{t1_3} [m/s]$	$v_{t1_4} [m/s]$	$v_{t2_1} [m/s]$	$v_{t2_2} [m/s]$	$v_{t2_3} [m/s]$	$v_{t2_4} [m/s]$
SHB 16	-	-	-	-	-	-	-	-
SHB 17	2.27	5.06	8.07	-	2.93	3.53	7.13	-
SHB 25	2.32	3.66	5.48	9.03	1.90	2.25	5.60	7.65
SHB 26	1.78	5.17	8.86	-	2.68	3.96	7.4	-

Im Gegensatz zur ersten Belastungsstufe ist bei der zweiten Stufe mindestens ein weiteres Bruchstück an der primären Bruchstelle zu beobachten. Das bedeutet, dass anders als in Abbildung 5.8 dargestellt zwei Impulstransfer - von Bruchstück 3 nach Bruchstück 2 und von Bruchstück 2 nach Bruchstück 1 - auftreten (vgl. auch Abbildung 5.11: SHB 16 / 17 / 26). In diesem Fall werden die Impulstransfer nach der folgenden Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned}
 I_{2_3} &= I_{t1_3} - I_{t2_3} \\
 I_{1_2} &= I_{t1_2} - I_{t2_2} + I_{2_3}
 \end{aligned}
 \quad (5.15)$$

Die Berechnung der Bruchenergie wird nun gleich durchgeführt wie sie aus Gleichung 5.13 hervorgeht. Sie wird berechnet durch die Addition der Energien zwischen Bruchstück 2 und 3 und Bruchstück 1 und 2. Für die Berechnung der Rissöffnungsgeschwindigkeit wird der Mittelwert gebildet aus der Rissöffnungsgeschwindigkeit zwischen Bruchstück 2 und 3 und Bruchstück 1 und 2.

Die dynamischen Materialeigenschaften sind in Tabelle 5.11 zusammengefasst. Für die Probe SHB 16 können die Geschwindigkeiten zum Zeitpunkt t_1 und daraus folgend die Bruchenergie nicht angegeben werden, da die Aufzeichnung der Videokamera ausgefallen ist.

Tabelle 5.11: Zusammenstellung der dynamischen Materialparameter für die Belastungsstufe 2

Probe	$E - \text{Modul}$ [GPa]	$f_{t, dyn}$ [MPa]	Gf_{dyn} [Nm]	A_{BR} / A [-]	Gf_{dyn} / A_{BR} [N/m]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]	$\dot{\delta}$ [m/s]
SHB 16	37.9	13.1	-	-	-	67.3	-
SHB 17	37.7	16.0	4.57	3.97	266.8	59.1	2.50
SHB 25	39.3	18.7	6.01	4.97	279.9	72.1	2.08
SHB 26	40.0	17.1	7.83	3.97	456.7	72.5	2.95
Mittel	38.7 ± 1.0	16.2 ± 2.0	6.14	4.30	334.5 ± 86.6	67.8	2.51

- $f_{t, dyn}$: dynamische Zugfestigkeit nach Gl. 5.6
 A_{BR} : gesamte Bruchfläche an der primären Bruchstelle
 Gf_{dyn} : gesamte dynamische Bruchenergie an der primären Bruchstelle nach Gl. 5.13 aus den Brüchen zwischen den Bruchstücken 1 bis 3 (bzw. 4)
 $\dot{\epsilon}$: mittlere Dehnrates vor der Rissinitiierung nach Gl. 5.14
 $\dot{\delta}$: Mittelwert aus den Rissöffnungsgeschwindigkeiten zwischen den Bruchstücken 1 bis 3 (bzw. 4) nach Gl. 5.12

5.2.5 Bruchverhalten bei Belastungsstufe 3

Für die dritte Belastungsstufe beträgt die maximale Druckbeanspruchung $\sigma_{max} \sim 64 \text{ MPa}$. Hier tritt eine mittlere Dehnrage von $\dot{\epsilon} \sim 80 \text{ 1/s}$ auf. Abbildung 5.12 zeigt die fotografierten Bruchstücke. Es treten mehrere Bruchstücke auf, die nicht mehr so einfach zusammengesetzt werden können. Tabelle 5.12 gibt überschlägig die mittlere Länge der Bruchstücke und deren gemessene Geschwindigkeiten an.

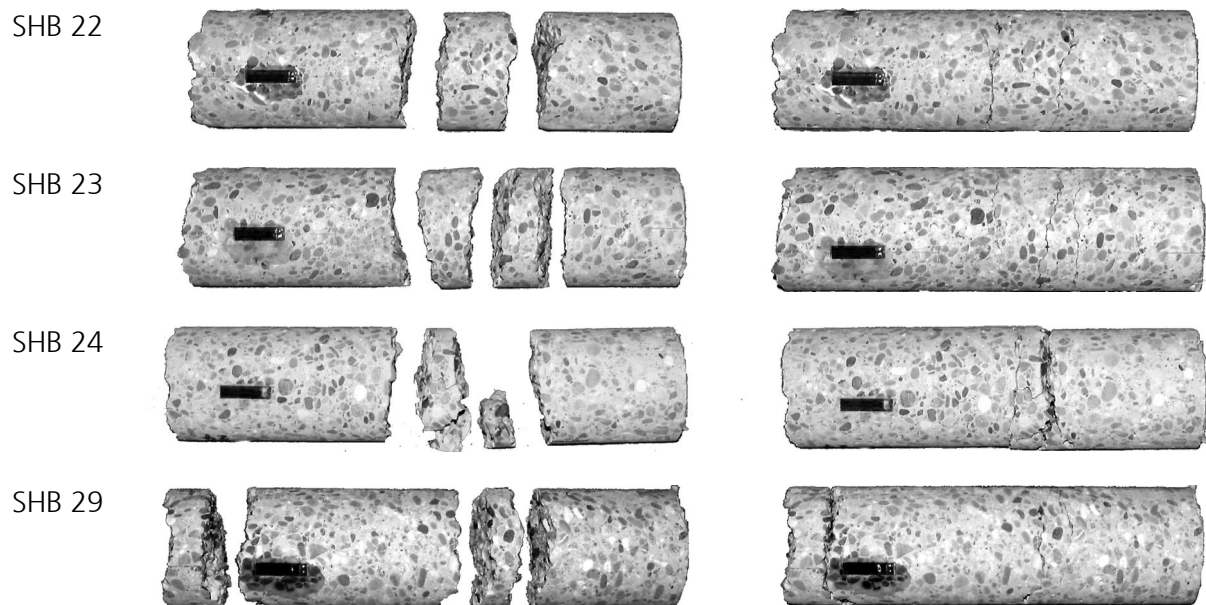


Abbildung 5.12: Bruchstücke nebeneinander gelegt (links) und zusammengefügt (rechts)

Tabelle 5.12: Länge der Bruchstücke und deren gemessene Geschwindigkeit

Probe	L_1 [mm]	L_2 [mm]	L_3 [mm]	L_4 [mm]	$v_{t2,1}$ [m/s]	$v_{t2,2}$ [m/s]	$v_{t2,3}$ [m/s]	$v_{t2,4}$ [m/s]
SHB 22	126	36	81	-	3.20	7.39	11.53	-
SHB 23	125	23	27	65	4.50	6.50	9.20	9.60
SHB 24	134	22	86	-	4.33	7.20	9.93	-
SHB 29	25	117	18	84	-	2.50	5.00	9.60

Für diese Belastungsstufe wird nur der E-Modul und die Zugfestigkeit gemessen. Auf die Messung der Bruchenergie wurde hier verzichtet, da

zwischen den einzelnen Bruchstücken stark unterschiedliche Impulstransfer gemessen wurden.

Bei Probe SHB 24 hat sich der Beschleunigungsaufnehmer gelöst. Die Partikelgeschwindigkeit am Probenende konnte nicht vollständig aufgezeichnet werden.

Tabelle 5.13: Zusammenstellung der dynamischen Materialparameter für die Belastungsstufe 3

Probe	$E - Modul$ [GPa]	$f_{t, dyn}$ [MPa]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]
SHB 22	40.8	19.1	93.6
SHB 23	39.5	18.0	77.8
SHB 24	39.7	-	-
SHB 29	39.7	16.8	67.2
Mittel	39.9 ± 0.5	18.0 ± 0.9	79.5

$f_{t, dyn}$: dynamische Zugfestigkeit nach Gl. 5.6

$\dot{\epsilon}$: mittlere Dehnrage vor der Rissinitiierung nach Gl. 5.14

5.2.6 Bruchverhalten bei gekerbten Proben

Zu den Versuchen der Belastungsstufe 1 bis 3 werden die dynamischen Materialparameter für den E-Modul, die Zugfestigkeit und die spezifische Bruchenergie an gekerbten Proben gemessen. Zunächst werden an den Eingangsstab angeklebte Proben untersucht. Die Versuche mit an den Eingangsstab angeklebter Probe eignen sich für die Messung des E-Moduls und der Zugfestigkeit. Für die Messung der spezifischen Bruchenergie werden die Proben nicht geklebt sondern nur angelegt. Zwischen Eingangsstab und Probe wird eine dünne Gipsschicht aufgetragen, die Unebenheiten ausgleicht. Sie ermöglicht die Transmission der Druckspannungen, während Zugspannungen nicht transportiert werden können.

Gekerbte Proben haben gegenüber ungekerbten Proben den Vorteil, dass die Bruchfläche der Querschnittsfläche in der Kerbe gleich gesetzt werden kann.

angeklebte Probe

Die Versuche werden durchgeführt wie die der Belastungsstufe 1 bis 3. Die Tiefe der Kerbe beträgt 7.5 mm und ist dort platziert, wo bei den ungekerbten Proben die primäre Bruchstelle zu beobachten ist, d.h. 100 mm vom freien Ende entfernt. Beim Durchgang der Druckwelle ist die Kerbe unerwünscht, weil sie den eindimensionalen Spannungszustand in der Probe stört. Um trotzdem während der Druckphase einen annähernd eindimensionalen Spannungszustand im Bereich der Kerbe zu erzielen, wird die Kerbe mit Mörtel ausgefügt. Während der darauf folgenden Zugphase werden vom Mörtel wie erwünscht keine Zugspannungen übertragen. Die Zugfestigkeit, berechnet aus der „pull-back“ - Geschwindigkeit nach Gleichung 5.6, wird um das Verhältnis der Querschnittsfläche A zu der Querschnittsfläche in der Kerbe A_n ergänzt:

$$f_{t,dyn} = \frac{A}{2 A_n} \rho \cdot C \cdot \Delta u_{pb} \quad (5.16)$$

Tabelle 5.14: Zusammenstellung der dynamischen Materialparameter für an den Eingangsstab angeklebte Betonproben mit einer 7.5 mm tiefen Kerbe

Probe	$E - \text{Modul}$ [GPa]	$f_{t,dyn}$ [MPa]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]
SHB 51	38.2	16.1	17.8
SHB 52	38.0	16.6	24.8
SHB 53	38.0	16.3	27.5
Mittel	38.1 ± 0.1	16.3 ± 0.2	23.4

$f_{t,dyn}$: dynamische Zugfestigkeit nach Gl. 5.16

$\dot{\epsilon}$: mittlere Dehnrates vor der Rissinitiiierung nach Gl. 5.14

Der E-Modul und die Zugfestigkeit gibt Tabelle 5.14 an. Im Mittel ist die Zugfestigkeit etwa so groß wie die Zugfestigkeit der zweiten Belastungsstufe, bei der die Dehnrates allerdings ungefähr um den Faktor drei größer ist. Das heißt, dass für die gleiche Dehnrates bei Versuchen an gekerbten Proben höhere Festigkeiten gemessen werden als bei Versuchen an ungekerbten Proben. Geht man davon aus, dass bei Versuchen an ungekerbten Proben die Zugfestigkeit genau gemessen werden kann, weil über den Querschnitt ein gleichförmiger Spannungszustand vorliegt, überschätzen Versuche an gekerbten Proben die Zugfestigkeit.

angelegte Probe

Zur Messung der dynamischen spezifischen Bruchenergie bei gekerbten Proben wird eine Kerbtiefe von 5 mm gewählt. Sie ist etwas geringer als die Tiefe bei angeklebten Proben, um eine höhere Geschwindigkeitsabnahme der Bruchstücke während der Rissöffnung zu erzielen. So ist eine genauere Messung der Bruchenergie möglich, da die Bruchenergie direkt aus der Geschwindigkeitsabnahme berechnet wird. In Tabelle 5.15 sind die Geschwindigkeiten der Bruchstücke am Zeitpunkt der Rissinitiierung und nach Abschluss der Rissbildung eingetragen.

Tabelle 5.15: Geschwindigkeit der Bruchstücke am Zeitpunkt der Rissinitiierung t_1 und nach Abschluss der Rissbildung t_2

Probe	$v_{t1-1} [\text{m/s}]$	$v_{t1-2} [\text{m/s}]$	$v_{t2-1} [\text{m/s}]$	$v_{t2-2} [\text{m/s}]$
SHB 60	1.02	3.50	1.64	2.94
SHB 62	1.02	3.24	1.68	2.16
SHB 63	1.11	3.48	1.59	2.62
SHB 64	1.13	3.06	1.86	2.26

Das Bruchstück, das an den Eingangsstab angelegt war (BR 1), hat eine Masse von $m_1 = 1.5\text{ kg}$ und eine Länge von 15 cm . BR 2 hat eine Masse von $m_2 = 1.0\text{ kg}$ und ist 10 cm lang. Aus der Geschwindigkeitsänderung der Bruchstücke während des Bruchvorgangs wird die Bruchenergie nach Gleichung 5.13 berechnet. Die Ergebnisse der Versuche sind in Tabelle 5.16 eingetragen.

Tabelle 5.16: Zusammenstellung der dynamischen Materialparameter für an den Eingangsstab angelegte Betonproben mit einer 5 mm tiefen Kerbe

Probe	$E - \text{Modul}$ [GPa]	$f_{t, \text{dyn}}$ [MPa]	Gf_{dyn} / A_n [N/m]	$\dot{\epsilon}$ [1/s]	$\dot{\delta}$ [m/s]
SHB 60	37.6	14.6	325.4	32.4	1.89
SHB 62	37.3	13.6	451.4	29.3	1.35
SHB 63	36.5	17.6	455.7	33.5	1.70
SHB 64	37.7	16.4	289.2	27.7	1.17
Mittel	37.3 ± 0.5	15.6 ± 1.6	380.4 ± 74.3	30.7	1.53

$f_{t, dyn}$:	dynamische Zugfestigkeit nach Gl. 5.16
A_n :	Bruchfläche = Querschnittsfläche in der Kerbe
Gf_{dyn} :	dynamische Bruchenergie an der primären Bruchstelle zwischen Bruchstück 1 und 2 nach Gl. 5.13
$\dot{\epsilon}$:	mittlere Dehnrate vor der Rissinitiierung nach Gl. 5.14
$\dot{\delta}$:	Rissöffnungsgeschwindigkeit an der primären Bruchstelle zwischen Bruchstück 1 und 2 nach Gl. 5.12

Es ist zu erwähnen, dass bei angelegten Proben die Wellenlaufzeit aus der Aufzeichnung der Dehnung auf der Probe und der Partikelgeschwindigkeit am Probenende gemessen wird. Bei den angeklebten Proben konnte die Aufzeichnung auf dem Eingangsstab verwendet werden, da zwischen Eingangsstab und Probe keine Gipsschicht aufgetragen war.

Die Bruchenergie bei gekerbten Proben wird bezogen auf die Querschnittsfläche in der Kerbe angegeben. Zusätzliche Bruchflächen neben der Kerbe werden nicht berücksichtigt, sodass der dynamische Faktor $G_{f, dyn} / G_{f, stat} = 380.4 / 125.0 \approx 3$ eine obere Grenze ist.

5.2.7 Optische Untersuchungen zur Messung der Bruchfläche

Im Falle von gekerbten Proben wird die Bruchfläche der Querschnittsfläche in der Kerbe gleichgesetzt. Bei nicht gekerbten Proben muss die Bruchfläche gemessen werden. Sie kann nicht der Querschnittsfläche gleichgesetzt werden, da neben der Stelle wo die Probe bricht zusätzliche Bruchflächen auftreten. Diese nicht sichtbaren Bruchflächen innerhalb der Bruchstücke müssen zu der sichtbaren Bruchfläche an der Stelle des Bruchs addiert werden. Die nicht gekerbten Proben haben allerdings den Vorteil, dass während der Druckphase in der Probe eine konstante Spannungsverteilung über den Probenquerschnitt herrscht. Folgend werden zwei Methoden, mit denen die gesamte Bruchfläche grob gemessen werden kann, beschrieben.

1. Mikroskopische Messung der Risse entlang des Umfangs

Die erste Herangehensweise ist, dass aufgrund der entlang des Umfangs sichtbaren Risse auf die gesamte Bruchfläche geschlossen wird. Hierzu wird die Betonprobe unter dem Stereomikroskop betrachtet. Abbildung 5.13 stellt zwei Mikroskopaufnahmen dar. Die linke Aufnahme zeigt einen Riss, der durch ein Korn läuft, die rechte Aufnahme einen Riss, der um ein Korn herumläuft.

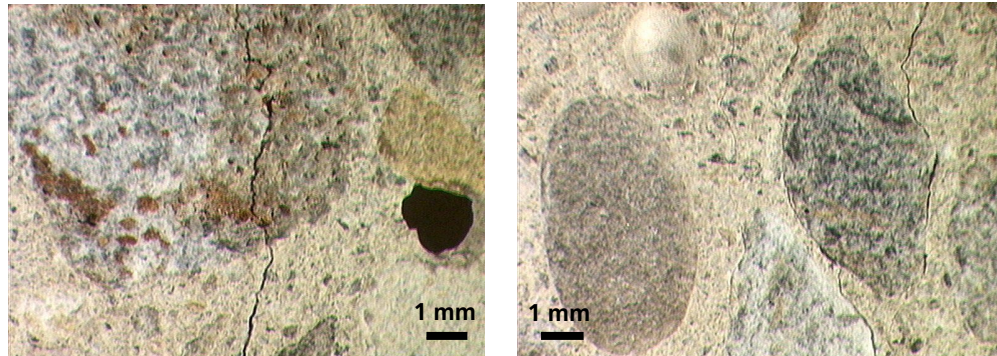


Abbildung 5.13: links: Korntrennbruch – rechts: Ablösen des Steins vom Matrixmaterial

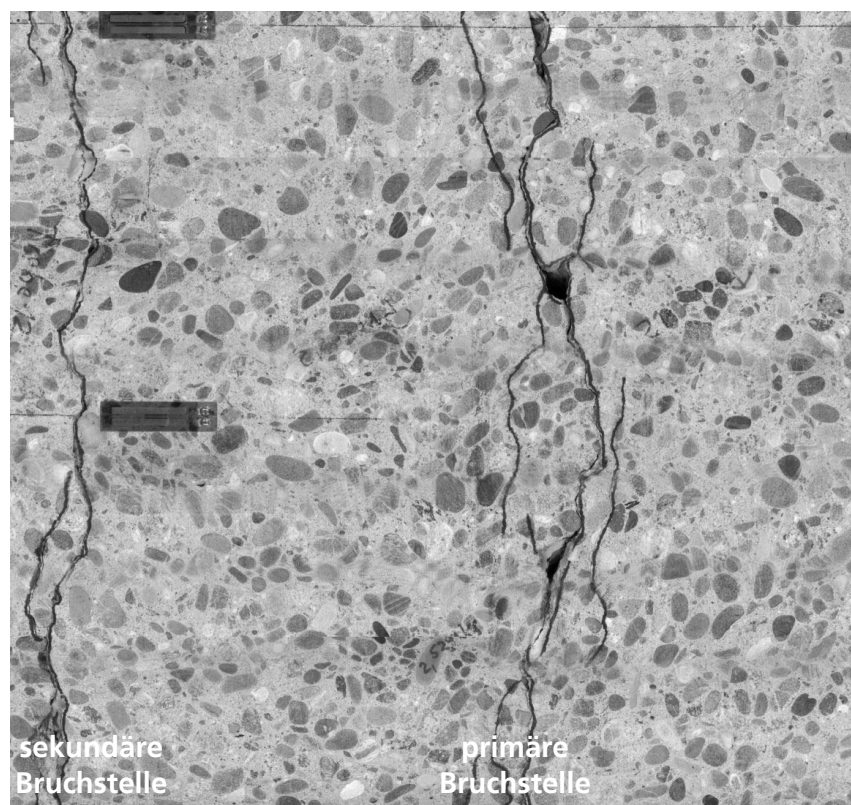


Abbildung 5.14: Abwicklung der Probe entlang ihres Umfangs

Unter dem Stereomikroskop wird eine Vergrößerung gewählt, durch die Risse mit einer Öffnung von ca. $50\ \mu\text{m}$ sichtbar werden. Sie werden mit einem schwarzen Stift nachgezeichnet, und ihre Länge gemessen. Die addierte

Gesamtlänge aller Risse wird durch den Umfang der Probe geteilt und so das Verhältnis der Bruchfläche zu Querschnittsfläche A_{BR} / A abgeschätzt. Diese Auswertung beinhaltet die Annahme, dass die Bruchflächen im Inneren der Probe gleich verteilt sind wie die an der Oberfläche sichtbaren Risse. Für die Darstellung der Abwicklung werden acht Fotografien um die Probe gemacht und die Fotografien untereinander angeordnet. Abbildung 5.14 zeigt die Abwicklung der Risse entlang des Umfangs. Weitere Proben sind im Anhang 11.3 dargestellt. Die Ergebnisse zur Messung der Bruchfläche sind im nächsten Abschnitt mit den Ergebnissen der CT-Analyse verglichen.

2. CT-Analyse zur Messung der sichtbaren und nicht sichtbaren Bruchfläche

Mit Hilfe der Computertomographie können Risse mit einer Öffnung größer ca. $40 \mu\text{m}$ in der Probe identifiziert werden. Abbildung 5.15 zeigt die Aufnahmen einer im Bruchstück liegenden mit dem Auge nicht sichtbaren Bruchfläche.

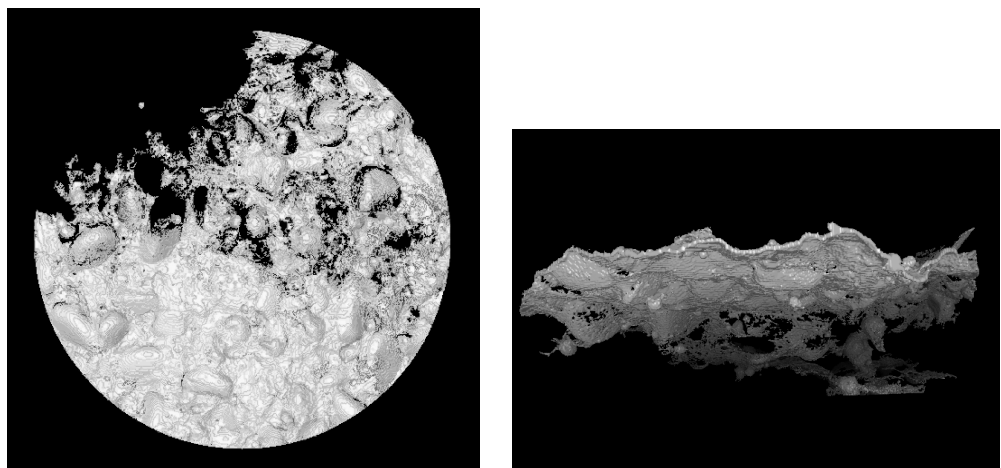


Abbildung 5.15: Mittels Computertomographie gemessene Bruchfläche innerhalb eines Bruchstücks (Draufsicht und Seitenansicht)

Für die Messung werden die Bruchstücke an der primären Bruchstelle zusammengesteckt. Die CT-Analyse wird über dem gesamten Bereich in dem Bruchflächen messbar sind mit einer Rastergröße von ca. $75 \mu\text{m}$ durchgeführt. Alle Punkte an denen eine Öffnung festgestellt wird, werden markiert. Nach einer Bildmatrixgrößenreduzierung um den Faktor zwei können diese Punkte als Isosurface dargestellt werden. Die XYZ-Koordinaten der Dreiecke dieser Fläche werden herausgeschrieben. Daraus wird der Flächeninhalt der auf die Querschnittsfläche projizierten Bruchflächen berechnet, wobei auch hintereinander liegende Flächen berücksichtigt werden. Die Messung der dreidimensionalen Oberfläche wird nicht durchgeführt, da diese eine von der Auflösung abhängige Größe ist. An dieser Stelle wird auf den nächsten

Abschnitt verwiesen, der bei einer gegebenen Auflösung den Unterschied zwischen projizierter Fläche und 3D-Oberfläche untersucht.

Das Verhältnis der gesamten Bruchfläche zur Querschnittsfläche A_{BR} / A ist in Tabelle 5.18 für die mikroskopische Untersuchung und die CT-Analyse eingetragen. Die Ergebnisse der CT-Analyse führen zu geringeren Bruchflächen. Für die Berechnung der spezifischen Bruchenergie, Gf_{dyn} / A_{BR} , in den Abschnitten 5.2.3 und 5.2.4 wird die Auswertung der mikroskopischen Untersuchung verwendet. Sie führt zu einer konservativen Abschätzung der spezifischen Bruchenergie.

Tabelle 5.17: Zusammenstellung der Bruchfläche bezogen auf die Querschnittsfläche A_{BR} / A an der primären Bruchstelle

Probe	A_{BR} / A	
	Mikroskopische Untersuchung	CT-Analyse
SHB 10	2.76	1.61
SHB 12	2.65	1.65
SHB 14	1.83	1.64
SHB 28	1.98	1.73
Mittelwert	2.31	1.66

3D-Scannen zur Messung der sichtbaren Bruchfläche

Zusätzlich zur Messung der gesamten Bruchfläche wird für die sichtbare Bruchfläche untersucht in wie weit sich die Hügelfläche von der Querschnittsfläche (projizierte Fläche) unterscheidet. Die Untersuchung gibt Aufschluss über den Unterschied zwischen der 3D-Bruchfläche und der Querschnittsfläche. Mit einer 3D-Scannung wird die Hügelfläche mit einer Rastergröße von $150 \mu m$ gemessen. Abbildung 5.16 zeigt am Beispiel der Probe SHB 10 die Hügelfläche. Dargestellt sind zwei aufeinander passende Bruchflächen. Die Bruchflächen der anderen Proben der Belastungsstufe 1 sind im Anhang 11.3 dargestellt.

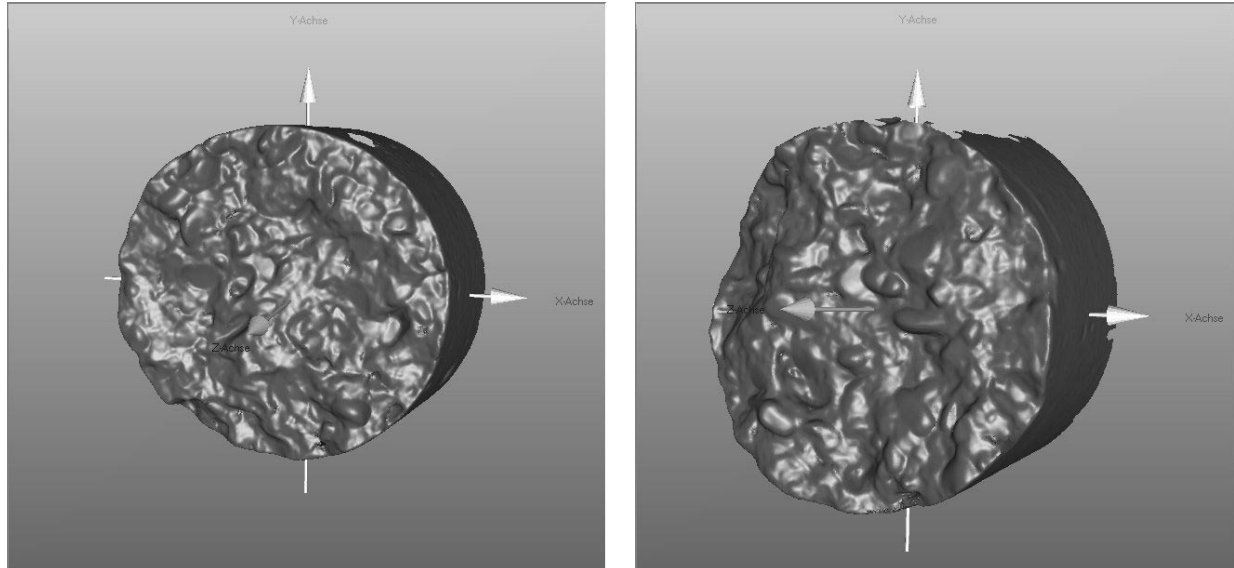


Abbildung 5.16: 3D-Darstellung der gescannten Bruchfläche zweier ineinander passender Bruchstücke an der primären Bruchstelle der Probe SHB 10

Mittels triangulierten Dreiecken wird die Oberfläche gemessen. In Tabelle 5.18 sind die relativen Bruchflächen der 3D-Scannung mit den relativen Flächen aus der mikroskopischen Auswertung verglichen. Für die Berechnung des Verhältnisses A_{mic} / A wird die Länge des Risses an der Bruchstelle durch den Umfang geteilt (vgl. auch Tabelle 11.1 bis 11.4)

Tabelle 5.18: Relative Bruchfläche: aus der 3D-Auswertung und aus der mikroskopischen Auswertung

Probe	A_{3D} / A	A_{3D} / A	A_{mic} / A
SHB 10	1.175	1.192	1.094
SHB 12	1.229	1.233	1.060
SHB 14	1.166	1.164	1.094
SHB 28	1.227	1.227	1.086
SHB 16	1.215	(1.113)	1.055
SHB 17	1.163	1.165	1.081

SHB 25	1.147	1.150	1.077
SHB 26	1.172	1.165	1.068
Mittel	1.185	1.184	1.077

A_{3D} / A : Verhältnis der Hügelfläche A_{3D} zur Querschnittsfläche A an der primären Bruchstelle (zwei zusammensteckbare Flächen)

A_{mic} / A : Verhältnis der Umfangslänge entlang der primären Bruchstelle aus der mikroskopischen Untersuchung zum Umfang der Querschnittsfläche

Für die gewählte Rastergröße ist der Unterschied zwischen der 3D-Oberfläche A_{3D} und der Querschnittsfläche A ca. 18 %. Bei der mikroskopischen Auswertung, bei der die Höhenunterschiede in radialer Richtung vernachlässigt werden, ist die Differenz zur projizierten Fläche, der Querschnittsfläche, ca. 8 %.

5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

E-Modul

Der Elastizitätsmodul, der aus der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit berechnet wird, ist bei Dehnraten zwischen 10^1 1/s und 10^2 1/s fast konstant. Der Mittelwert, der in Abbildung 5.17 gezeigten Messwerte an nicht gekerbten Proben beträgt $E_{dyn} = 39.6$ GPa und entspricht dem E-Modul bei statischer Belastung $E_{stat} = 38.9$ GPa. Bei gekerbten Proben ist das Mittel geringfügig kleiner bei $E_{dyn} = 37.6$ GPa.

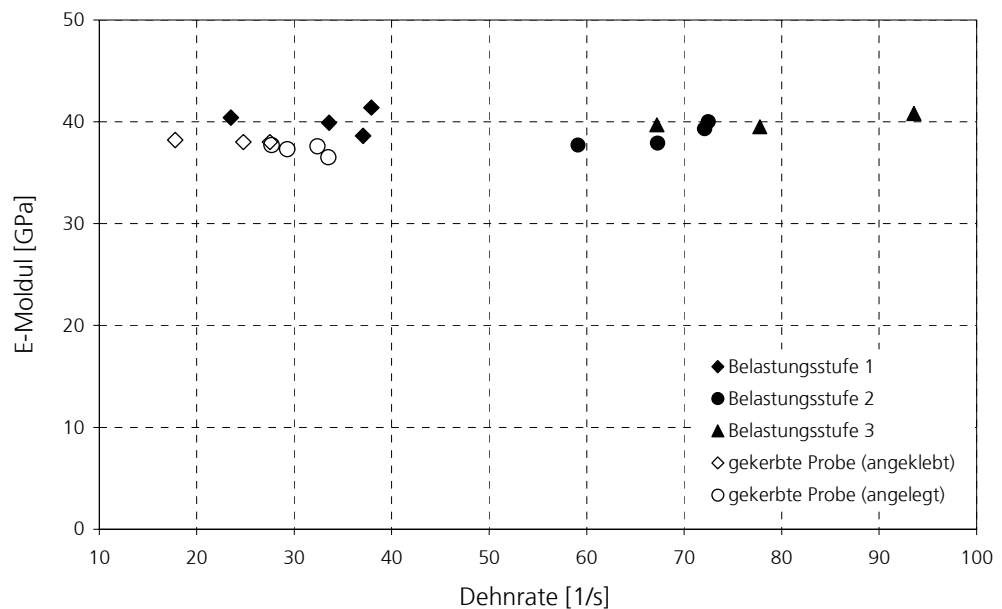


Abbildung 5.17: E-Modul des Betons unter dynamischer Beanspruchung, gemessen in den Spallationsexperimenten nach Tabelle 5.8, 5.11, 5.13, 5.14 und 5.16

Zugfestigkeit

Die gemessenen Festigkeitssteigerungen bei dynamischer Belastung zeigt Abbildung 5.18. Wie bereits in Abschnitt 5.2.6 diskutiert wird die Festigkeit gemessen aus der „pull-back“-Geschwindigkeit an der freien Oberfläche bei gekerbten Proben überschätzt. In Abbildung 5.19 sind die Mittelwerte der drei Belastungsstufen für nicht gekerbte Proben im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen aus der Literatur dargestellt. Die Werte bestätigen die starke Zunahme der Zugfestigkeit bei Dehnraten über 10^0 1/s.

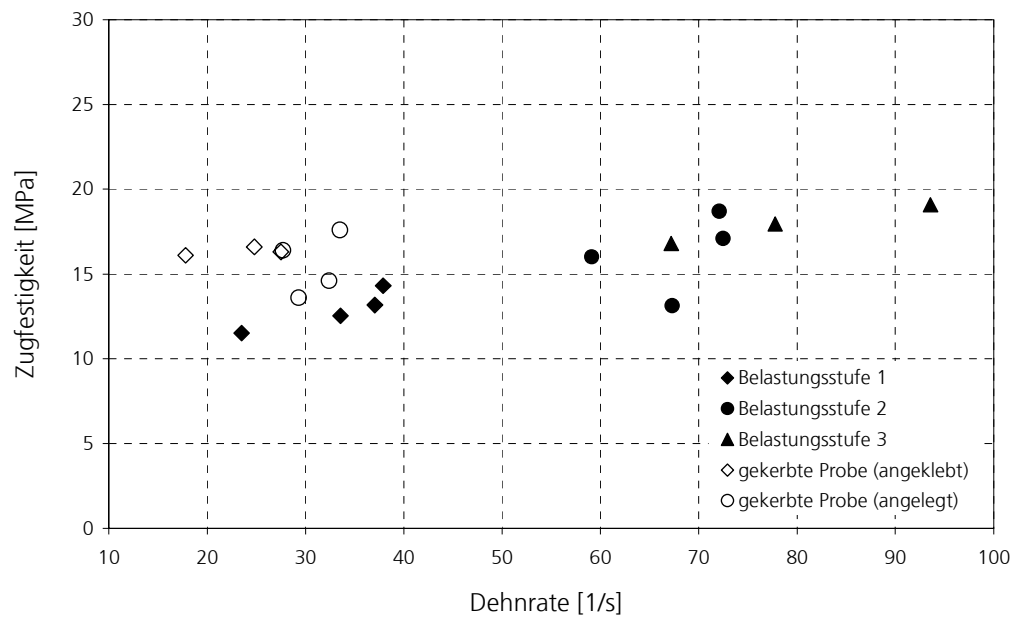


Abbildung 5.18: Zugfestigkeit des Betons unter dynamischer Beanspruchung, gemessen in den Spallationsexperimenten nach Tabelle 5.8, 5.11, 5.13, 5.14 und 5.16

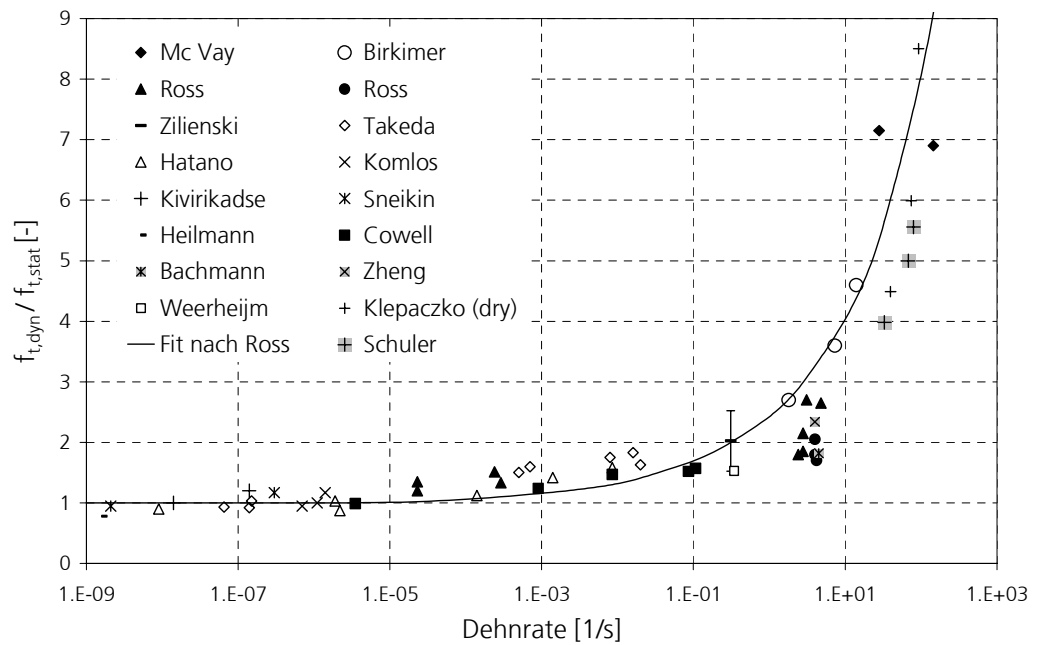


Abbildung 5.19: Veränderung der Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit; Versuche des Autors (Mittelwerte der Belastungsstufe 1 bis 3) im Vergleich zu Literaturdaten

Bruchenergie

Die gesamte Energie, die im Bereich des Bruchs dissipiert, zeigt Abbildung 5.20. Sie ist bei der zweiten Belastungsstufe deutlich höher als bei der ersten Stufe. Betrachtet man allerdings die gemessenen Bruchflächen aus der mikroskopischen Untersuchung, die mit einer zweiten Größenachse dargestellt sind, zeigt sich, dass auch die Bruchflächen bei der zweiten Belastungsstufe zunehmen. Das heißt bei höherer Belastung dissipiert mehr Energie allerdings an einer größeren Gesamtbruchfläche. Bei gekerbten Proben dissipiert während des Bruchs deutlich weniger Energie als bei nicht gekerbten Proben. Die dazu gehörende Bruchfläche wird hier minimal und wird wie in der Literatur üblich gleich der Querschnittsfläche an der Stelle der Kerbe gesetzt. Zusätzliche Bruchflächen neben der Kerbe werden nicht berücksichtigt.

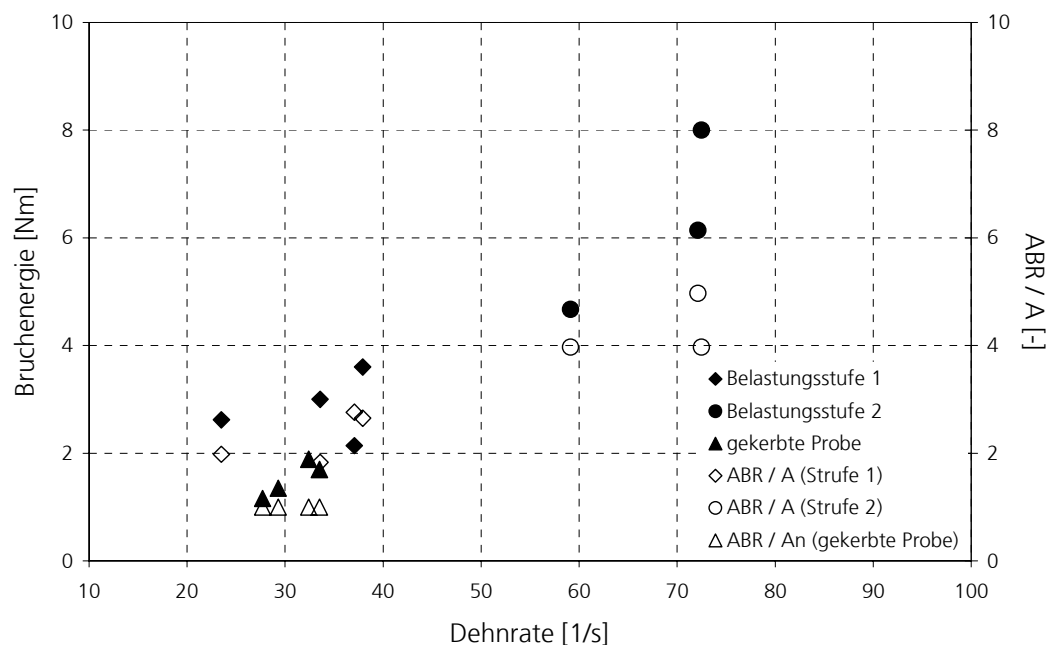


Abbildung 5.20: Gesamte Bruchenergie an der primären Bruchstelle und dazugehörige relative Bruchflächen aus der mikroskopischen Untersuchung für Belastungsstufe 1 und 2 und gekerbte Proben

Abbildung 5.21 zeigt den Vergleich der spezifischen Bruchenergie mit Untersuchungen aus der Literatur. Nach Aussagen von WEERHEIJM [116] ist die dynamische spezifische Bruchenergie bei Dehnrates zwischen 10^{-1} 1/s und 10^0 1/s nicht größer als die statische spezifische Bruchenergie. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten sind die Dehnrates um zwei Dekaden höher. Im Mittel ist bei diesen Dehnrates die Bruchenergie um

den Faktor zwei bis drei größer als die statische Bruchenergie. Abbildung 5.21 zeigt das Ergebnis von WEERHEIJM [116] sowie die Ergebnisse von elf Spallationsversuchen, die vom Verfasser durchgeführt wurden. Die Werte sind aus der Tabelle 5.8, Tabelle 5.11 und Tabelle 5.16 entnommen und bezogen auf die statische spezifische Bruchenergie dargestellt. Die Ergebnisse zeigen eine relativ große Streuung, die auf mehrere Faktoren zurückgeführt werden kann. Die Bruchenergie kann bei dieser Belastungsgeschwindigkeit nicht direkt gemessen werden. Sie wird aus der Änderung der Bruchstückgeschwindigkeit während der Rissöffnung berechnet. Hierbei wird vereinfachend die Geschwindigkeitsverteilung in den Bruchstücken nicht berücksichtigt. Diese Vereinfachung sowie Ableseungenauigkeiten bei der Messung der Bruchstückgeschwindigkeit sind mögliche Ursachen für die Streuung der Versuchsergebnisse. Eine andere Ursache ist die Streuung der Materialeigenschaften. Allerdings sind bei nicht gekerbten Proben abzüglich zweier Versuche die Messergebnisse im Bereich zwischen der zwei- bis dreifachen statischen Bruchenergie, sodass eine signifikante Abhängigkeit der Bruchenergie von der Belastungsgeschwindigkeit für höhere Geschwindigkeiten angegeben werden kann. Bei gekerbten Proben liegt die spezifische Bruchenergie bei dynamischer Belastung um den Faktor drei höher als bei statischer Belastung. Der etwas erhöhte Wert kann unter anderem auf die nicht berücksichtigten Bruchflächen neben der Kerbe zurückgeführt werden.

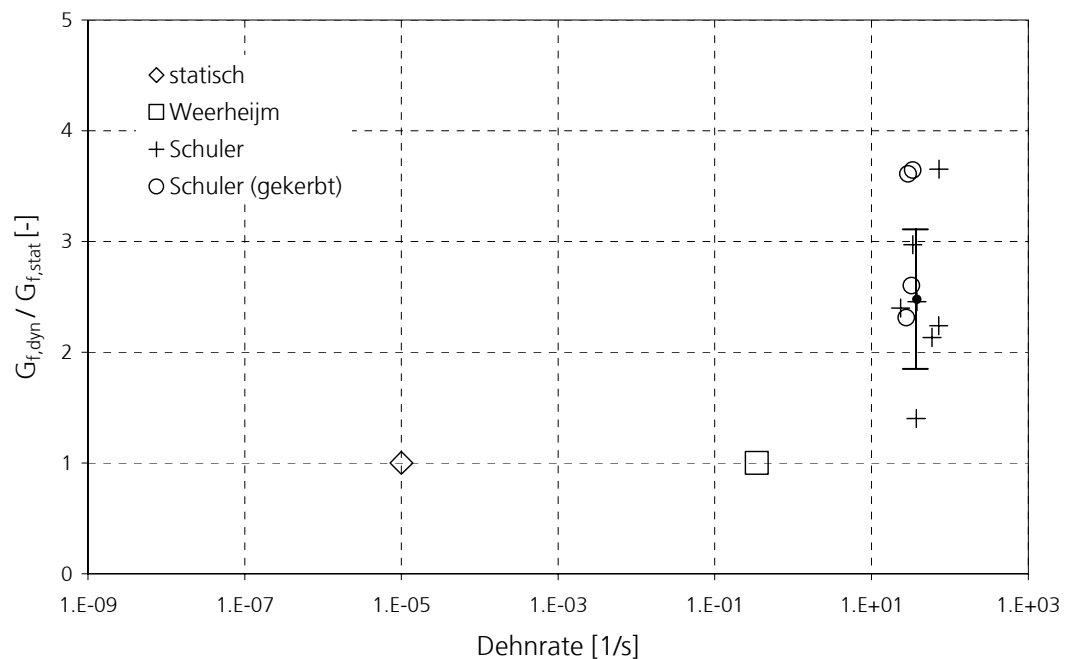


Abbildung 5.21: Veränderung der spezifischen Bruchenergie in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit für SHB-Versuche nach Tabelle 5.8, 5.11 und 5.16

6 Experimentelle Untersuchungen bei Druckbelastung

Die Experimente zur Quantifizierung der Schädigung unter Druck werden zweistufig durchgeführt. Die Proben werden mit der ersten Belastung vorgeschädigt, anschließend wird die statische Restfestigkeit gemessen. Es werden zwei verschiedene Beanspruchungsarten, die die Probe vorschädigen, untersucht:

- *hohe hydrostatische Drücke*

Die Proben werden bei lateraler Verdämmung (confined compression) mit axialem Druck bis maximal 505 MPa belastet und dadurch komprimiert und vorgeschädigt. Danach werden sie aus der seitlichen Verdämmung entnommen und ihre Restdruck- und Restspaltzugfestigkeit gemessen.

- *kurzzeitige Druckbeanspruchung*

Die Proben werden durch einen kurzzeitigen Druckimpuls, der die statische Festigkeit übersteigt, vorschädigt. Sie werden aus den Bruchstücken der Spallationsexperimente, die druckbeansprucht waren, herausgesägt. Diese aus den Bruchstücken gewonnenen Probekörper werden auf ihre noch vorhandene Druck- bzw. Spaltzugfestigkeit untersucht.

Für die Ableitung des Schädigungsmodells in Kapitel 7 werden die Versuchsergebnisse zur Schädigung verursacht durch „hydrostatische Drücke“ verwendet.

6.1 Schädigung durch Kompression

6.1.1 Versuchsdurchführung

Vorschädigung durch verdämmte Druckbelastung

Um die Schädigung bei hohen Drücken, wie sie an der Spitze eines Penetrators oder in der Nähe einer Kontaktdetonation auftreten, quantifizieren zu können, werden Proben im Druckversuch mit lateraler Verdämmung vorgeschädigt. Die erreichbaren axialen Druckspannungen sind für die Probengröße und der zur Verfügung stehenden Versuchseinrichtung auf ca. 505 MPa begrenzt. Allerdings tritt bei dieser Belastung eine Reduzierung der Festigkeit auf unter 30 % der ursprünglichen Festigkeit auf. Dieser Grad der Schädigung reicht aus, um eine Korrelation zwischen Schädigung und hydrostatischem Druck angeben zu können.

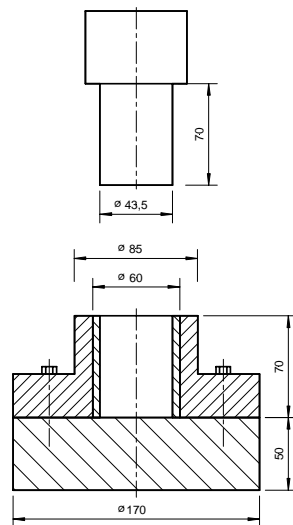


Abbildung 6.1: Versuchsaufbau zur Vorschädigung im Druckversuch mit lateraler Verdämmung

Mit einem Stempel werden die Proben in den „Napf“ gepresst. Die zylindrischen Betonproben haben eine Länge von 70 mm und einen Durchmesser von 43.5 mm und sind mit einer Teflonhülse umgeben, um Reibungskräfte zu minimieren. Aufgezeichnet wird die aufgebrachte Kraft mit einer Kraftmessdose und der zurückgelegte Weg mit einem induktiven Wegaufnehmer. Abbildung 6.1 stellt den Versuchsaufbau dar. Nachdem die Proben vorgeschädigt worden sind, werden sie aus der seitlichen Verdämmung entnommen. Die Komprimierung führt zur Zerstörung des Matrixmaterials und

zum Ablösen der Zuschlagsteine von der Matrix. In Abbildung 6.2 ist eine ungeschädigte Probe einer geschädigten Probe gegenübergestellt. Beide Proben wurden gekerbt und auseinander gerissen, um in die Probe hinein schauen zu können. Im rechten Bild ist zu sehen, dass die Verbindung zwischen Betonmatrix und Stein zerstört ist. Dies ist eine Ursache für die Reduzierung der Festigkeit.

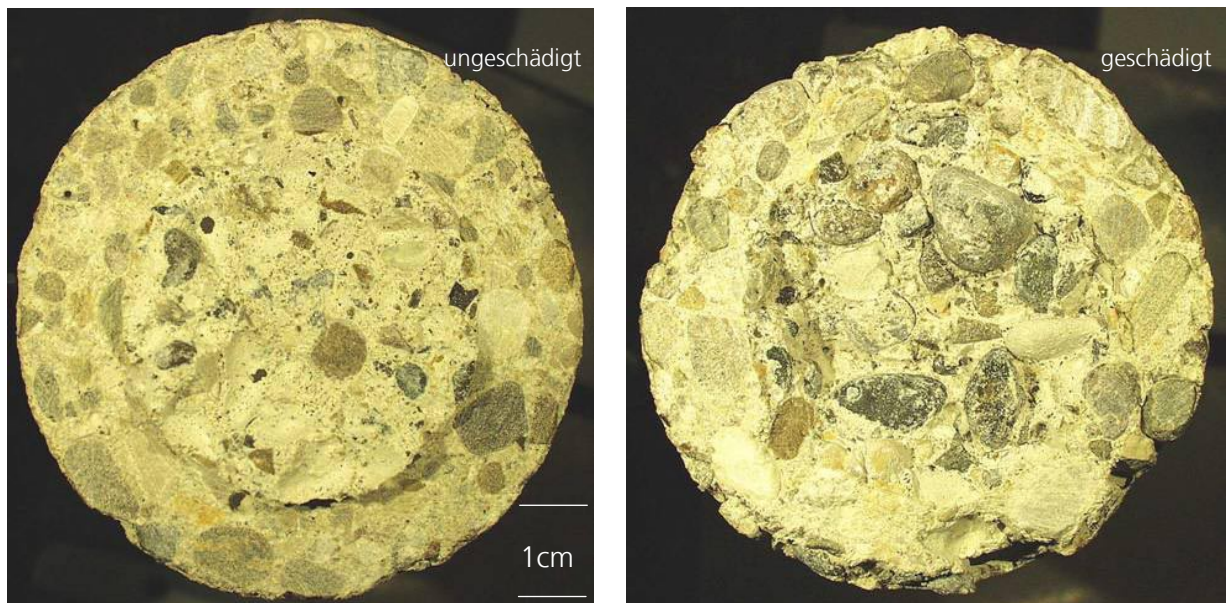


Abbildung 6.2: Vergleich einer ungeschädigten Probe (links) mit einer durch Kompression geschädigten Probe (rechts)

Beim Druckversuch mit lateraler Verdämmung, bei dem idealisiert ein eindimensionaler Dehnungszustand gegeben ist, sind die Hauptspannungen in allen drei Richtungen nicht identisch. Um in Kapitel 7 die Schädigungsentwicklung an die Zustandsgleichung koppeln zu können, wird die Axialspannung σ_{xx} in den hydrostatischen Druck P umgerechnet. Vereinfachend wird elastisch-plastisches Materialverhalten für Beton angesetzt, so dass für den eindimensionalen Dehnungszustand zwischen Axialspannung und Druck folgender Zusammenhang besteht:

$$\sigma_{xx} = P + \frac{2}{3} Y \quad (6.1)$$

Für die Fließgrenze Y wird die Versagensgrenze Y_{TxC} nach Gleichung 3.75 eingesetzt. Sie ist eine Funktion des Drucks P , sodass sich Gleichung 6.1 nur

iterativ nach P lösen lässt. Die zu den Axialspannungen σ_{xx} gehörenden hydrostatischen Druckspannungen P sind in Tabelle 6.1 bzw. Tabelle 6.2 in Klammern angegeben.

Durch unterschiedliche Axialspannungen im Napf werden verschiedene Stufen der inneren Schädigung erreicht. Die aufgebrachten Axialspannungen reichen von 126.2 MPa über 252.3 MPa bis 504.7 MPa . Abbildung 6.3 stellt die Axialspannung aufgetragen als Funktion der relativen Dichte für verschiedene Belastungsstufen dar. ρ_0 ist die Dichte der unbelasteten Probe.

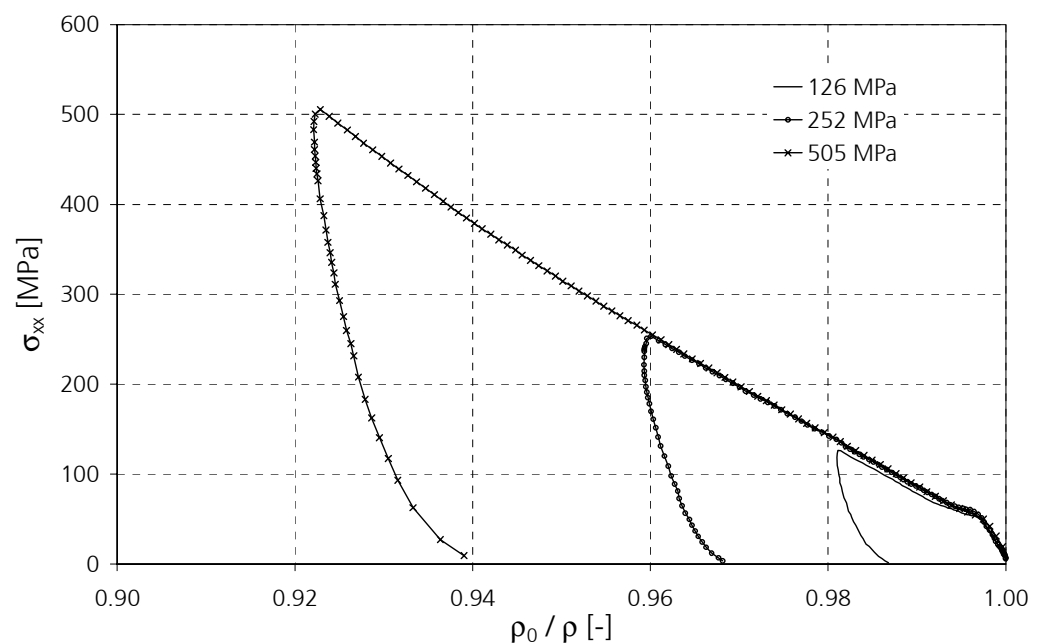


Abbildung 6.3: Gemessene Axialspannungs-Dichte-Beziehung für verschiedene Belastungsstufen

Für jede Stufe werden sechs Proben vorgeschädigt, wovon bei dreien die Restdruckfestigkeit und bei dreien die Restspaltzugfestigkeit gemessen wird.

Restdruckfestigkeit

Nach der Belastung durch hohe Druckspannungen bei seitlicher Verdämmung wird die einaxiale Druckfestigkeit gemessen. Für die mittlere Belastungsstufe von 252.3 MPa sind in Abbildung 6.4 die Axialspannungs-Dichte-Beziehungen und die dazugehörigen Restfestigkeiten für die drei Proben angegeben.

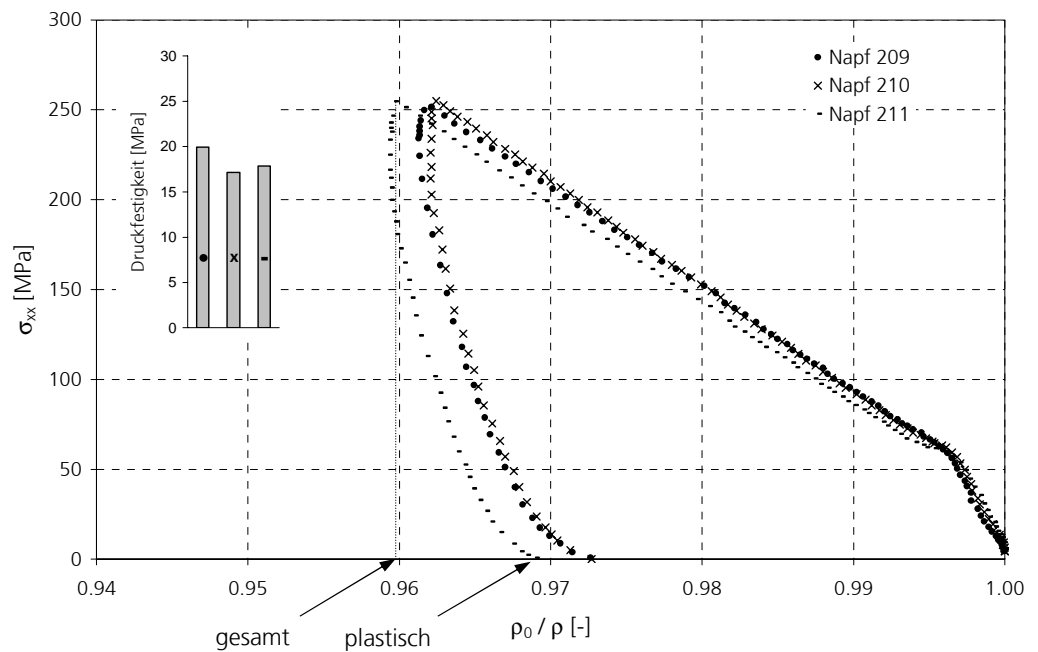


Abbildung 6.4: Axialspannungs-Dichte-Beziehung für die mittlere Belastungsstufe mit Angabe der gesamten und plastischen Änderung der Dichte und dazugehörige Restdruckfestigkeit

Die Axialspannungs-Dichte-Beziehungen der restlichen Belastungsstufen sind im Anhang dargestellt. Eine Zusammenstellung aller Ergebnisse im Vergleich mit der Festigkeit ungeschädigter Proben gibt die folgende Tabelle:

Tabelle 6.1: Druckfestigkeit nach unterschiedlichen Stufen der Vorschädigung mit P nach Gleichung 6.1

Probe	Vorschädigung $\sigma_{xx} (P)$ [MPa]	Restdruck- festigkeit [MPa]	Mittelwert [MPa]	relatives Mittel [%]
221	0	40.4	48.1	100
222	0	53.4		
223	0	50.4		
215	126.2 (71.0)	17.7	21.7	45
216	126.2 (71.0)	25.0		
217	126.2 (71.0)	22.5		

209	252.3 (159.8)	19.9	18.3	38
210	252.3 (159.8)	17.2		
211	252.3 (159.8)	17.9		
203	504.7 (353.0)	12.3	14.4	30
204	504.7 (353.0)	15.9		
205	504.7 (353.0)	14.9		

Restspaltzugfestigkeit

Die Vorgehensweise ist die gleiche wie im vorigen Abschnitt mit dem Unterschied, dass nach der Vorschädigung die Restspaltzugfestigkeit gemessen wird. Tabelle 6.2 stellt die Restfestigkeiten vorgeschädigter und ungeschädigter Proben zusammen.

Tabelle 6.2: Spaltzugfestigkeit nach unterschiedlichen Stufen der Vorschädigung mit P nach Gleichung 6.1

Probe	Vorschädigung σ_{xx} (P) [MPa]	Restspaltzug- festigkeit [MPa]	Mittelwert [MPa]	relatives Mittel [%]
224	0	4.77	4.88	100
225	0	4.51		
226	0	5.36		
218	126.2 (71.0)	2.45	2.26	46
219	126.2 (71.0)	1.94		
220	162.2 (71.0)	2.40		
212	252.3 (159.8)	1.77	1.38	28
213	252.3 (159.8)	0.99		
214	252.3 (159.8)	1.39		
206	504.7 (353.0)	0.67	1.01	21
207	504.7 (353.0)	1.54		
208	504.7 (353.0)	0.83		

6.1.2 Zusammenfassung der Ergebnisse

In Abbildung 6.5 ist die Restfestigkeit in Abhängigkeit der aufgetragenen Spannung bei lateraler Verdämmung σ_{xx} aufgetragen. Die Abnahme der Spaltzugfestigkeit ist für höhere Spannungen σ_{xx} etwas größer als die der Druckfestigkeit.

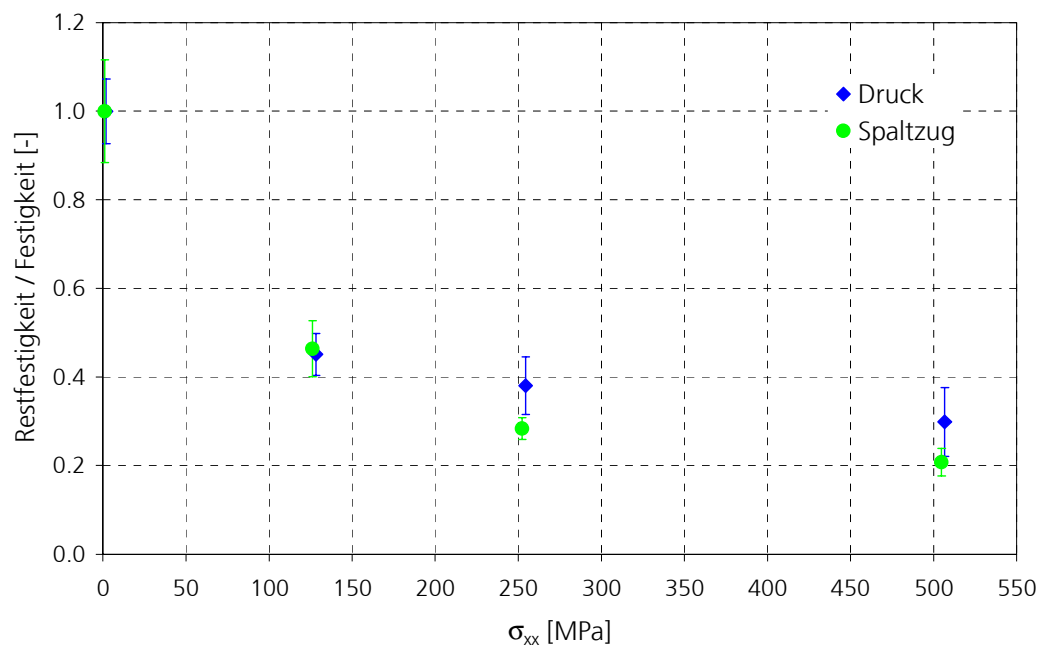


Abbildung 6.5: Abnahme der Festigkeit mit dem Grad der Vorschädigung

Die Schädigung durch hydrostatische Drücke wird in der Literatur auch als Funktion der volumetrischen Dehnung angegeben. Aus diesem Grund wird in Abbildung 6.6 die Restfestigkeit zusätzlich als Funktion der gesamten und der plastischen volumetrischen Dehnung dargestellt. Abbildung 6.4 zeigt, wie diese Dehnung bestimmt worden ist. Für die Darstellung der Restfestigkeit wird nicht zwischen Druck und Spaltzug unterschieden, sondern der Mittelwert aus beiden Messungen verwendet.

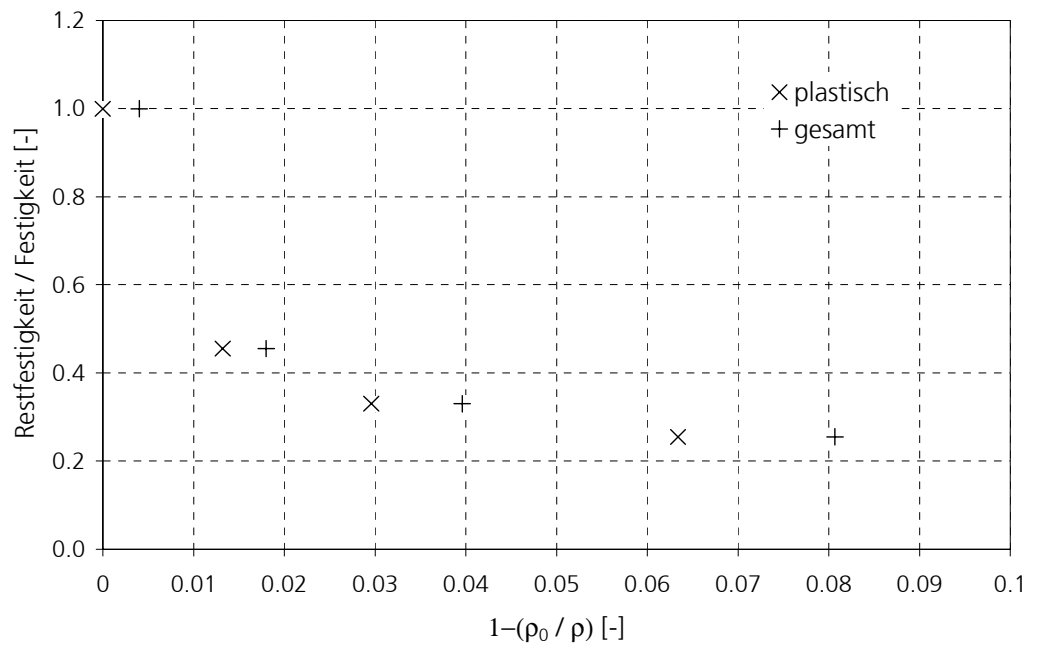


Abbildung 6.6: Abnahme der Festigkeit als Funktion der volumetrischen Dehnung: plastische Dehnung und Gesamtdehnung

6.2 Schädigung durch kurzzeitige einachsige Druckspannung

6.2.1 Beanspruchungsprinzip

Ziel dieser Untersuchung ist es, die Restfestigkeit nach kurzzeitiger einachsiger Druckbelastung mit sofortiger Entlastung zu messen. Dazu wird ein druckbelastetes Bruchstück aus dem Spallationsexperiment auf seine noch verbleibende Festigkeit untersucht. Die in diesem Kapitel durchgeführten Spallationsexperimente werden gleich durchgeführt, wie die Experimente in Abschnitt 5.2, nur mit höheren Belastungsstufen:

Tabelle 6.3: Belastungsstufen für transiente Druckvorschädigung

Stufe	Proben	Federweg [mm]	σ_{max} [MPa]
4	4	160	92
5	4	195	100

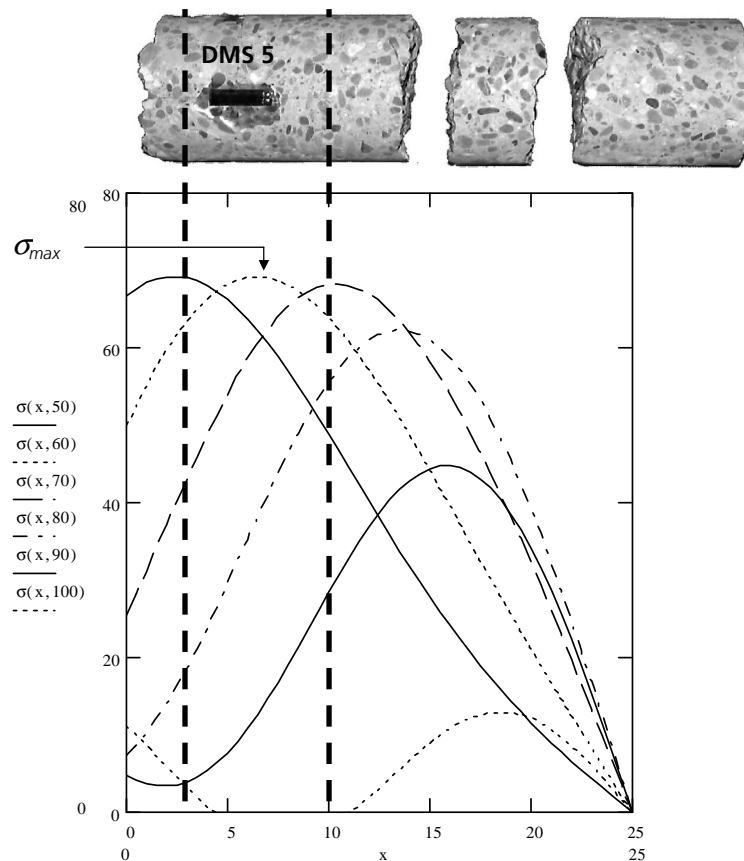


Abbildung 6.7: Druckspannungsverteilung im Bruchstück aufgezeichnet über den Ort im $10 \mu s$ Raster bei einer Probe der Belastungsstufe 3

Aus den durch eine Druckwelle beanspruchten Bruchstücken wird ein 75 mm langes Stück herausgesägt und die Restfestigkeit gemessen. Abbildung 6.7 oben zeigt den Abschnitt, der untersucht wird. Wie Abbildung 6.7 unten zeigt, durchläuft die Probe in diesem Abschnitt eine Druckwelle. Für die Messung der Maximalspannung σ_{max} in der Probe wird die Aufzeichnung der einfallenden Welle ε_i und der reflektierten Welle ε_r am DMS 4 verwendet. Mit dem in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Programm für die Dispersionskorrektur werden ε_i und ε_r an das Ende des Eingangsstabs verschoben. Nach Gleichung 4.16 wird die Druckspannung als Funktion der Zeit berechnet. Der mittlere Maximalwert für eine Belastungsstufe σ_{max} ist in Tabelle 6.3 eingetragen. Die Dehnungen im Beton werden durch den Dehnungsmessstreifen DMS 5 mit der Gitterlänge von 20 mm aufgezeichnet. Der Fehler durch Dehnungsmittlung ist nach Abschnitt 4.3 (Abbildung 4.8) kleiner 10% und bleibt unberücksichtigt. Mit den Belastungsstufen vier und fünf und der zweiten und dritten Belastungsstufe aus

Kapitel 5.2 werden unterschiedliche Stufen der Vorschädigung erzeugt. Nach dieser Vorschädigung wird die Restfestigkeit gemessen.

6.2.2 Bruchbilder bei Belastungsstufe 4

Die Proben der vierten Belastungsstufe unterlagen einer mittleren maximalen Druckbeanspruchung von $\sigma_{max} = 92 \text{ MPa}$. Sie weisen Mehrfachspallation im Bereich der Probenmitte auf, wobei das linke durch Druck beanspruchte Bruchstück äußerlich noch intakt ist. Aus diesem Bruchstück wird die weiter zu untersuchende Probe herausgesägt.

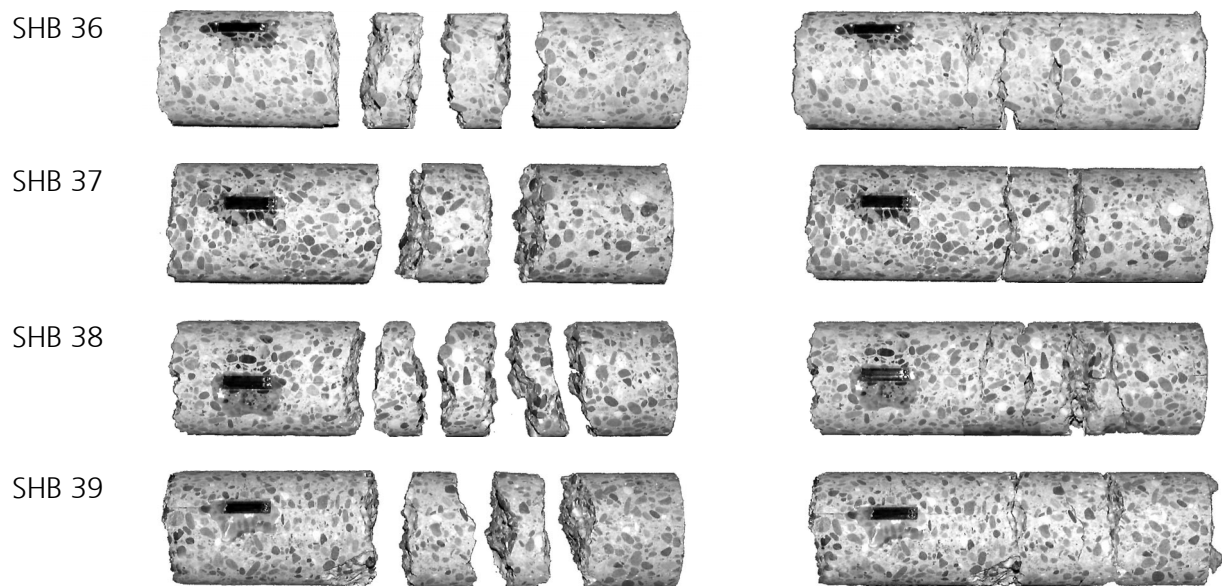


Abbildung 6.8: Bruchstücke nebeneinander gelegt (links) und zusammengefügt (rechts)

6.2.3 Bruchbilder bei Belastungsstufe 5

Die höchste Stufe der Belastung erreicht eine mittlere maximale Druckspannung von $\sigma_{max} = 100 \text{ MPa}$. Die Proben zeigen ein ähnliches Bruchverhalten wie die Proben der vorherigen Belastungsstufe.

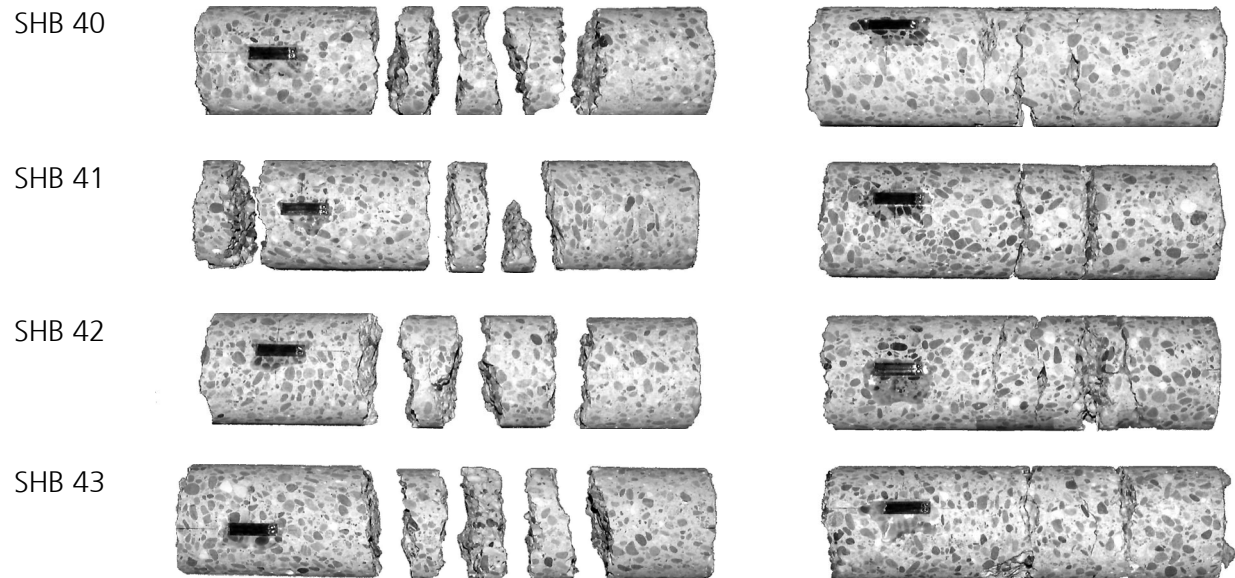


Abbildung 6.9: Bruchstücke nebeneinander gelegt (links) und zusammengefügt (rechts)

Restdruckfestigkeit nach transienter Druckbelastung

In Tabelle 6.4 sind die maximalen Spannungen σ_{max} und Dehnungen ϵ_{max} , die in der Probe bei der transienten Belastung aufgetreten sind, angegeben. Die Dehnungen sind die auf der Probe gemessenen. Die Spannungen errechnen sich aus der einfallenden und reflektierten Welle am DMS 4.

Tabelle 6.4: Restdruckfestigkeit f_c nach transienter Druckbelastung

Probe (Stufe)	transiente Druckbelastung		Restfestigkeit	
	ϵ_{max} [mm/m]	σ_{max} [MPa]	f_c [MPa]	f_c [%]
101	nicht vorgeschädigt		63.8	100
102			63.2	
103			61.3	
SHB 25 (2)	1.28	50.5	65.1	104
SHB 26 (2)	1.44	49.4	52.4	83
SHB 22 (3)	1.85	70.7	55.5	88

SHB 23 (3)	1.67	61.0	53.8	86
SHB 36 (4)	2.37	93.9	56.7	90
SHB 37 (4)	2.56	94.3	62.4	99
SHB 40 (5)	3.25	103.6	53.5	85
SHB 41 (5)	3.45	96.8	36.8	59

Die noch verbleibende Restdruckfestigkeit f_c ist als Absolutwert und als Relativwert bezogen auf die durchschnittliche Festigkeit ungeschädigter Proben angegeben.

Restspaltzugfestigkeit nach transienter Druckbelastung

Die Vorgehensweise ist gleich wie im Absatz zuvor mit dem Unterschied, dass nicht die Druckfestigkeit, sondern anschließend die Spaltzugfestigkeit f_{st} gemessen wird. Tabelle 6.5 stellt die Ergebnisse zusammen, wobei die Proben SHB 17, SHB 39 und SHB 43 unberücksichtigt bleiben.

Tabelle 6.5: Restspaltzugfestigkeit f_{st} nach transienter Druckbelastung

	transiente Druckbelastung		Restfestigkeit	
Probe (Stufe)	ϵ_{max} [mm/m]	σ_{max} [MPa]	f_{st} [MPa]	f_{st} [%]
104	nicht vorgeschädigt		5.92	100
105			5.04	
106			5.05	
107			4.58	
SHB 16 (2)	1.21	47.6	4.94	96
SHB 24 (3)	1.88	64.9	3.25	63
SHB 29 (3)	1.62	59.8	4.49	87
SHB 38 (4)	2.43	88.1	2.58	50
SHB 42 (5)	2.93	100.6	2.29	44

6.2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die hier durchgeführte Untersuchung zeigt inwieweit eine kurzzeitige Druckbeanspruchung, die die statische Festigkeit übersteigt, eine Probe schädigt. Diese Untersuchung wurde zusätzlich durchgeführt und wird im Schädigungsmodell nicht berücksichtigt. Sie kann aber zur Abschätzung der Restfestigkeit von kurzzeitig beanspruchtem Beton herangezogen werden. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.10 zusammengefasst.

Betonproben, die kurzzeitig Dehnungen erfahren, die kleiner 3 ‰ sind, erreichen nahezu die selbe Druckfestigkeit wie ungeschädigte Proben. In Abbildung 6.10 a) ist die aufgebrachte transiente Druckspannung dargestellt (gefüllte Datenpunkte) und die dazugehörige statische Restdruckfestigkeit angegeben (nicht gefüllte Datenpunkte). Der Pfeil zeigt welche zwei Datenpunkte zu einer zweistufig beanspruchten Probe gehören. Auf der Abszisse ist die maximale Dehnung aufgetragen, die bei der transienten Belastung auftrat.

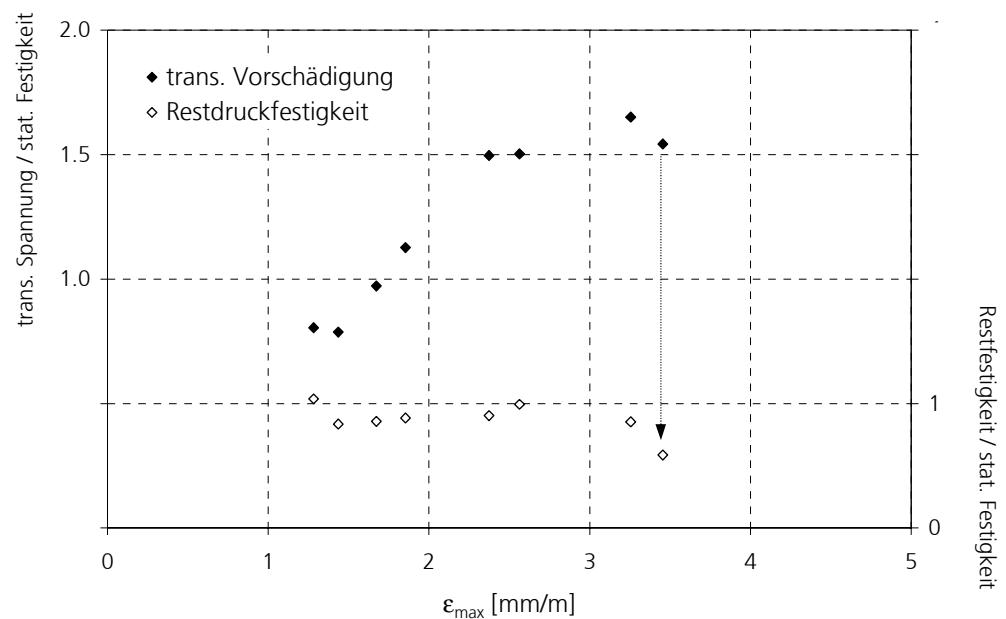


Abbildung 6.10 a) Vorschädigung durch transiente Druckbelastung und dazugehörige Restdruckfestigkeit

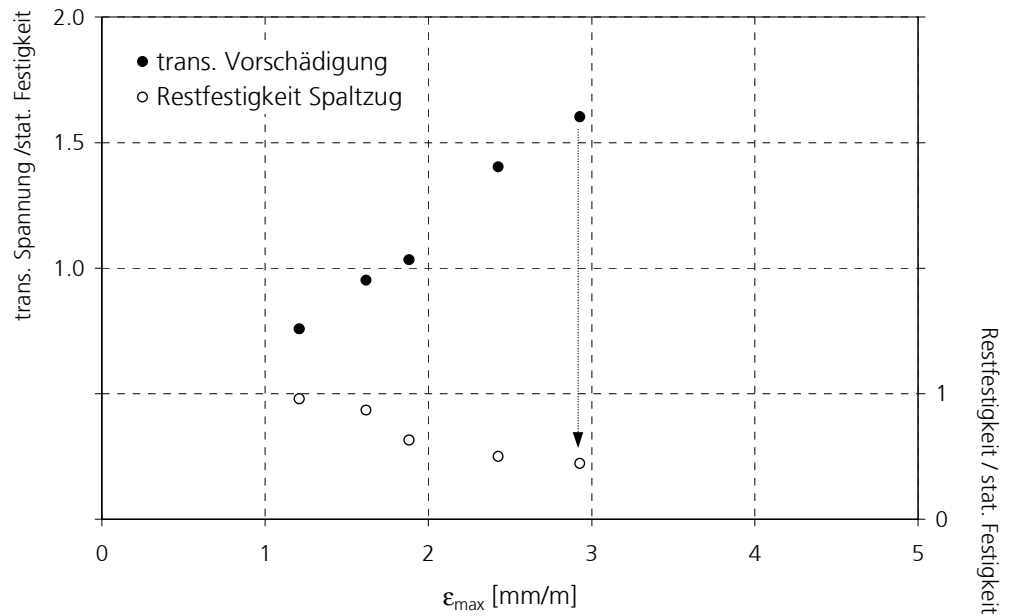


Abbildung 6.10 b): Vorschädigung durch transiente Druckbelastung und dazugehörige Restspaltzugfestigkeit

Analog zu Abbildung 6.10 a) ist in Abbildung 6.10 b) die Restspaltzugfestigkeit nach transienter Druckbeanspruchung dargestellt. Hier beginnt die Reduzierung der Festigkeit bereits bei kurzzeitigen Dehnungen größer 1.5 ‰. Bei kurzzeitigen Dehnungen um 3 ‰ halbiert sich die verbleibende Spaltzugfestigkeit.

Resümierend betrachtet führt eine kurzzeitige Druckschädigung zu einer stärkeren Reduzierung der Zugfestigkeit als der Druckfestigkeit.

7 Erweiterung des RHT-Modells um eine verbesserte Schädigungsbeschreibung

In diesem Kapitel ist die Entwicklung der Schädigung bei hydrostatischen Druckspannungen und bei Zugentfestigung abgeleitet. Hierfür werden die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 5 und 6 verwendet. Schädigung verursacht durch hydrostatische Druckspannung wird aus der Zustandsgleichung berechnet; Schädigung bei Zugentfestigung wird aus der Rissöffnung berechnet. Am Ende des Kapitels werden die Split-Hopkinson-Bar-Experimente und der Druckversuch mit lateraler Verdämmung simuliert. So werden die Methoden zur Messung der Materialparameter auf ihre Genauigkeit geprüft.

7.1 Schädigung im RHT-Modell

Die elastische Grenzfläche Y_{el} , die Versagensfläche Y_{fail} und die Grenzfläche für die Restfestigkeit Y_{fric} sind in Kapitel 3.6 beschrieben. Einen zusammenfassenden Überblick gibt die folgende Abbildung:

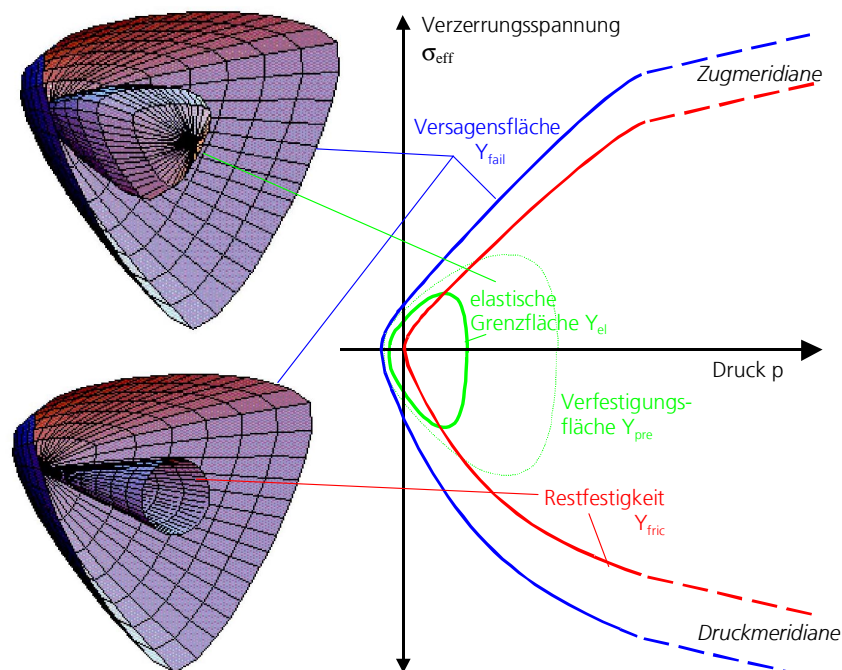


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der Grenzflächen des makroskopischen Modells

Schädigung ist in dieser Arbeit definiert als die Reduzierung der Festigkeit, d.h. im dreidimensionalen Spannungsraum als die Reduzierung der Versagensfläche Y . Hierzu wird eine lineare Interpolation zwischen der maximalen Versagensfläche Y_{fail} und der Fläche für die Restfestigkeit Y_{fric} mit einer skalaren Schädigungsvariablen D durchgeführt:

$$Y = Y_{fail} - D (Y_{fail} - Y_{fric}) \quad (7.1)$$

Nachdem die Auswirkungen der Schädigung auf die Festigkeit erläutert worden sind, beschreiben die beiden folgenden Abschnitte die Schädigungsentwicklung. Dabei wird zwischen zwei typischen Belastungszuständen, die bei stoßartiger Einwirkung relevant sind, unterschieden:

- Schädigung durch hydrostatische Druckbeanspruchung
- Schädigung bei Zugentfestigung

7.2 Entwicklungsgesetz bei hydrostatischen Druckspannungen

Für die Berechnung der Schädigung aus hydrostatischen Druckspannungen werden die experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 6.1 genutzt.

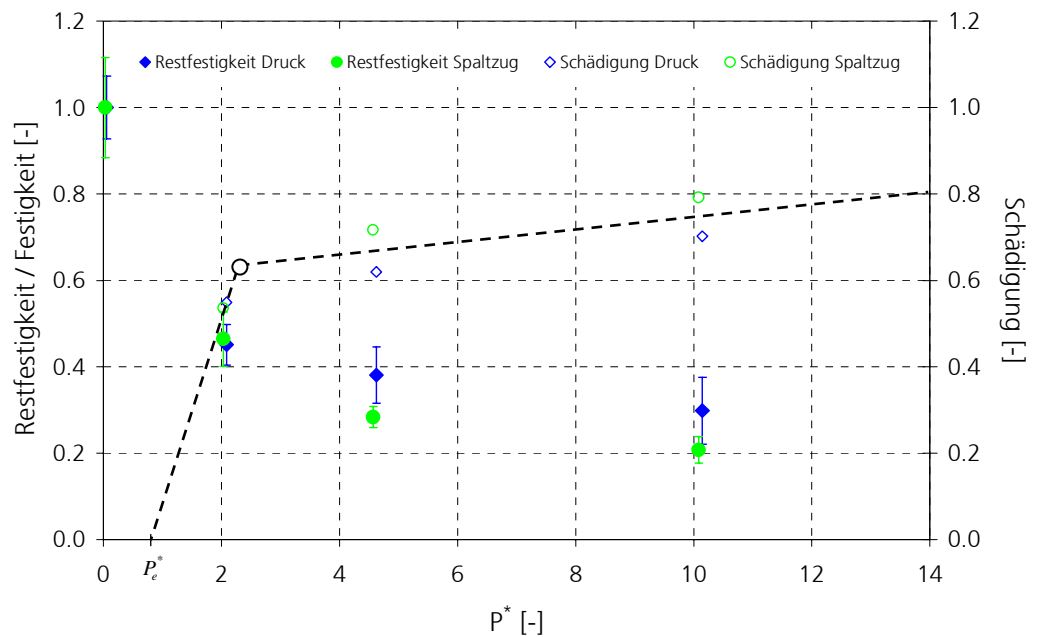


Abbildung 7.2: Restfestigkeit und Schädigung in Abhängigkeit des normalisierten Drucks P^*

Die Schädigung wird durch einen bilinearen Fit an die experimentellen Ergebnisse approximiert. Die Restfestigkeit und die Schädigung aus Tabelle 6.1 bzw. Tabelle 6.2 sind bezogen auf den normalisierten Druck $P^* = P / f_c$ in Abbildung 7.2 dargestellt.

Die allgemeine Form beider Geraden aus Abbildung 7.2 lautet:

$$D_{com}(P^*) = D_1 \cdot P^* + D_2 \quad (7.2)$$

In der obigen Gleichung sind D_1 und D_2 die Parameter, die die Geraden festlegen. Die inkrementelle Formulierung erhält man durch Differenzieren nach P^* :

$$\Delta D_{com} = D_1 \cdot \Delta P^* \quad \forall \Delta P^* > 0 \quad (7.3)$$

Schädigung akkumuliert nur dann, wenn $\Delta P^* > 0$ und die bis zu diesem Zeitpunkt vorhandene maximale Druckspannung überschritten wird. Es ist anzumerken, dass bei der Berechnung des Drucks für die Schädigungsberechnung nur Anteile, die aus der Änderung der Dichte resultieren, berücksichtigt werden. Gleichung 3.73 ohne den energieabhängigen Anteil führt zu folgender Gleichung:

$$P = K_1 \mu + K_2 \mu^2 + K_3 \mu^3 \quad (7.4)$$

7.3 Entwicklungsgesetz bei Zugentfestigung

Die einachsige Arbeitslinie von Beton unter Zugbeanspruchung zeigt nach Abbildung 3.6 zwei ausgeprägte Bereiche: Den Bereich des **elastischen Materialverhaltens** und den Bereich der **Rissöffnung** (lokalisiertes Verhalten). Die nichtlineare Verfestigung hat nur eine geringe Ausprägung. Sie wird in der Modellbildung häufig vernachlässigt. Abbildung 7.3 spiegelt die idealisierte Arbeitslinie wieder. Sie skizziert das Materialverhalten von Beton bei verschiedenen Belastungsgeschwindigkeiten.

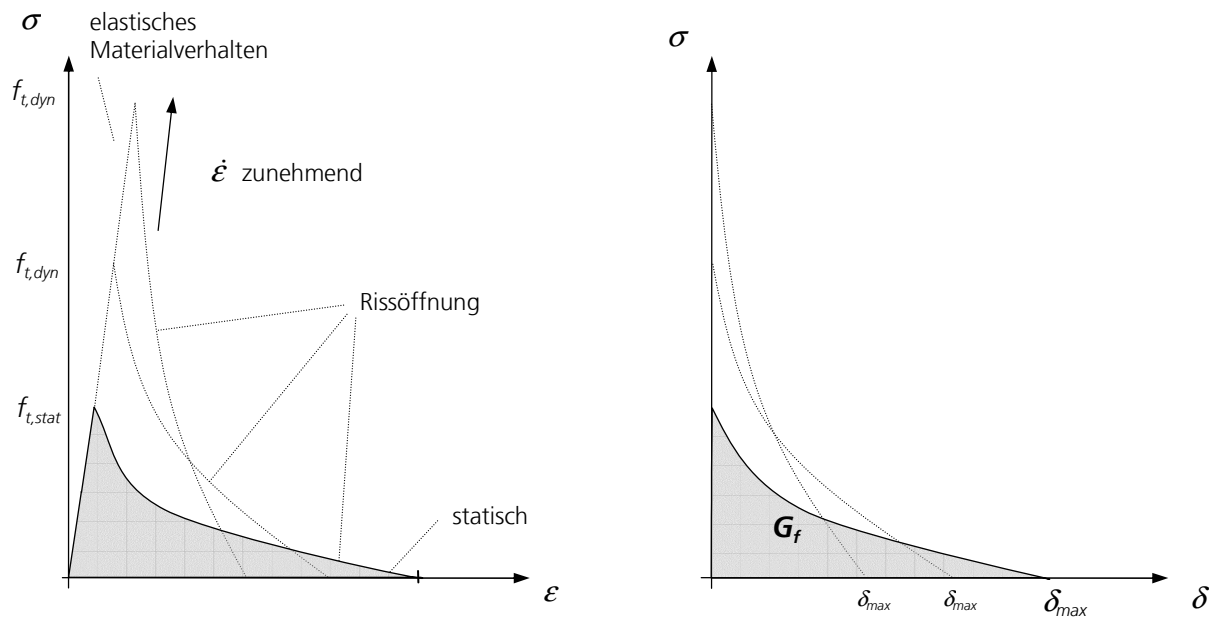


Abbildung 7.3: Einachsige Arbeitslinie von Beton bei Zugbeanspruchung für verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten

Die zuvor erwähnten Bereiche werden für die Formulierung der Schädigungsbeschreibung genauer betrachtet.

elastisches Materialverhalten

Zunächst bestimmt das Hooke'sche Gesetz das Materialverhalten, bis die Zugfestigkeit erreicht ist. Die Festigkeit ist eine Funktion der elastischen Dehnrates und wird aus Literaturdaten, ergänzt um eigene experimentelle Daten, berechnet. Für die Abhängigkeit der Festigkeit von der Dehnrates wird ein exponentieller Ansatz nach Ross [96] verwendet, der in Abbildung 5.19 eingezeichnet und in Gleichung 7.5 angegeben ist.

$$\frac{f_{t,dyn}}{f_{t,stat}} = \exp(A \cdot E^B) \quad (7.5)$$

$$E = \log_{(10)}(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_{stat})$$

$$\dot{\epsilon}_{stat} = 10^{-7} / s$$

$$A = 0.00126$$

$$B = 3.373$$

Die elastische Dehnrage bestimmt demzufolge die Zugfestigkeit, bevor das Material zum Nachbruchverhalten übergeht. Für die elastische Dehnrage wird die äquivalente Dehnrage verwendet:

$$\dot{\epsilon}_{eff} = \left[\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2 + \dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2 + \dot{\epsilon}_{zx}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.6)$$

Rissöffnung

Ist die Zugfestigkeit erreicht, kommt es bei fortschreitender Dehnung zur Entfestigung. Experimentelle Untersuchungen mit der Split-Hopkinson-Bar-Anlage haben gezeigt, dass die dissipierte Energie während des Bruchprozesses abhängig von der Rissöffnungsgeschwindigkeit ist. Die Rissöffnung δ wird aus der effektiven Rissdehnung ϵ_{eff}^{cr} berechnet. Mit einer nicht assoziierten Fließregel wird das Inkrement der effektiven Rissdehnung wie folgt berechnet:

$$\Delta \epsilon_{eff}^{cr} = \frac{\sqrt{3 J_2} - Y}{3 G} \quad \forall \quad P < 0 \quad (7.7)$$

Hierin ist J_2 die zweite deviatorische Spannungsinvariante nach Gleichung 3.14 für den elastischen Testzustand, Y die aktuelle Versagensfläche nach Gleichung 7.1 und G der Schubmodul. Durch Multiplikation der Rissdehnung mit der Elementlänge l_{EL} wird die Rissöffnung nach Gleichung 7.8 berechnet. Für dreidimensionale Probleme kann $l_{EL} = \sqrt[3]{V_{EL}}$ aus dem Volumen des Elements V_{EL} berechnet werden.

$$\delta = \epsilon_{eff}^{cr} \cdot l_{EL} \quad (7.8)$$

Aus Literaturdaten und eigenen Messungen geht die Abhängigkeit der Bruchenergie von der Öffnungsgeschwindigkeit hervor. Dieser Abhängigkeit wird durch einen bilinearen Fit im logarithmischen Maßstab Rechnung getragen. Abbildung 7.4 zeigt die experimentellen Ergebnisse und die Approximation der Bruchenergie für das Schädigungsmodell.

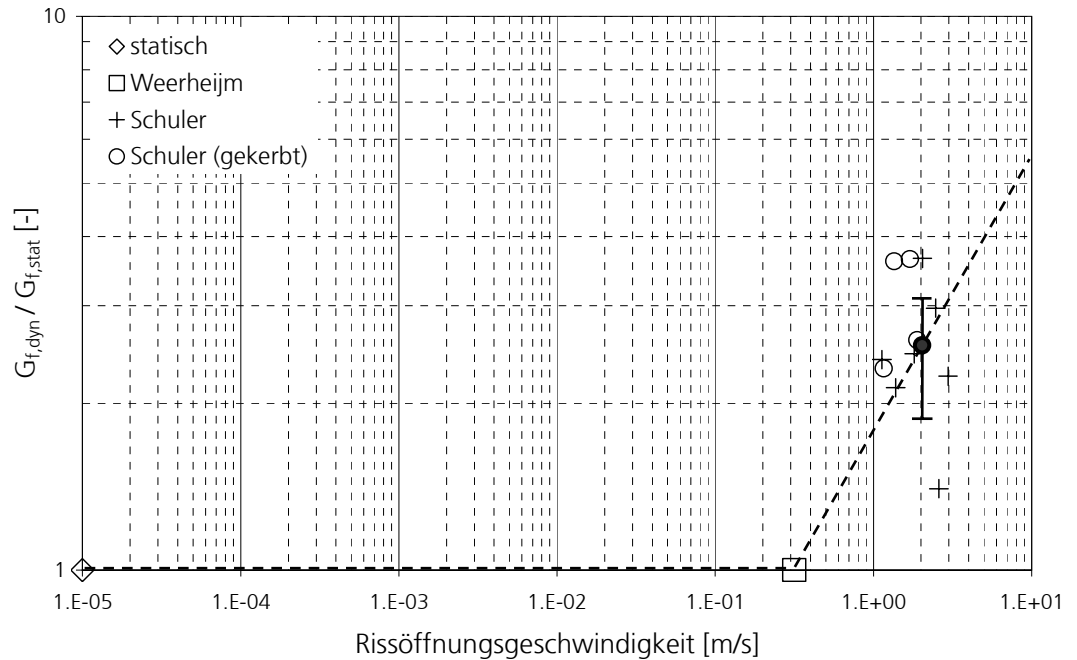


Abbildung 7.4: Abhängigkeit der Bruchenergie von der Rissöffnungsgeschwindigkeit mit bilinearem Fit

Die Funktion der bilinearen Abbildung für das Verhältnis dynamische Bruchenergie zu statische Bruchenergie ist in der folgenden Gleichung angegeben:

$$\frac{G_{f,dyn}}{G_{f,stat}} = 1 \quad \dot{\delta} \leq 0.32 \text{ m/s} \quad \dot{\delta} \text{ in [m/s]} \quad (7.9)$$

$$\frac{G_{f,dyn}}{G_{f,stat}} = G_1 \cdot \dot{\delta}^{G_2} = 1.74 \dot{\delta}^{0.49} \quad \dot{\delta} > G_1^{-1/G_2} = 0.32 \text{ m/s}$$

Nachdem die Abhängigkeit der Festigkeit von der Dehnrage und die Funktion der Bruchenergie von der Rissöffnungsgeschwindigkeit angegeben sind, wird das Schädigungsinkrement ΔD_{ten} abgeleitet. Als Grundlage dient eine exponentielle Entfestigung, in der k der Parameter für die Form der Entfestigung ist (vgl. Abbildung 7.3). Für den Fall der linearen Entfestigung ist $k = 1.0$; für den Fall der exponentiellen Entfestigung wird $k = 0.4$ gesetzt.

$$\sigma = f_t \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_{\max}} \right)^k \right] \quad (7.10)$$

Die Schädigung für diese Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung lautet:

$$D_{\text{ten}} = \left(\frac{\delta}{\delta_{\max}} \right)^k \quad (7.11)$$

f_t ist die Zugfestigkeit und δ_{\max} die Rissöffnung. Beide Größen sind in Abb. 7.3 dargestellt. Für das Schädigungsinkrement in jedem Zeitschritt

$$\Delta D_{\text{ten}} = \frac{k}{\delta_{\max}} D^{\frac{k-1}{k}} \Delta \delta \quad D > 0 \quad (7.12)$$

ist Gleichung 7.11 nach δ zu differenzieren. Die Rissöffnung δ_{\max} kann durch umstellen der Gleichung 7.13 berechnet werden.

$$G_f = f_t \cdot \delta_{\max} \cdot \left(\frac{k}{1+k} \right) \quad (7.13)$$

Sie wird in die Gleichung 7.12 eingesetzt und führt zum endgültigen Ausdruck für die Schädigung auf Zug. Um numerische Ungenauigkeiten zu vermeiden, wird für $D < 0.1$ die Schädigung D_{ten} nach Gleichung 7.11 berechnet.

$$\Delta D_{\text{ten}} = \frac{f_t(\dot{\epsilon})}{G_f(\dot{\delta})} \frac{k^2}{k+1} D^{\frac{k-1}{k}} \Delta \delta \quad D > 0.1 \quad (7.14)$$

Zu diesem Ausdruck wird nochmals darauf hingewiesen, dass zunächst die Zugfestigkeit $f_t(\dot{\epsilon})$ über die elastische Dehnrage festgesetzt wird. Ist sie erreicht, bleibt sie während des Rissöffnungsprozesses konstant. Die fortschreitende Entfestigung ist dann nur noch eine Funktion der Bruchenergie und der aktuellen Schädigung. Da die Bruchenergie $G_f(\dot{\delta})$, wie aus Abbildung 7.4 hervorgeht, abhängig von der Rissöffnungsgeschwindigkeit ist und in jedem Zeitschritt neu berechnet wird, ist der gesamte Rissöffnungsprozess abhängig von der Belastungsgeschichte. Die aktuelle Schädigung D besteht aus Zug- und Druckanteilen. Die Berechnung der gesamten Schädigungsentwicklung wird im folgenden Abschnitt zusammengefasst.

7.4 Zusammenstellung der Schädigungsbeschreibung

Die Schädigung D addiert sich nach Abbildung 7.5 aus den Inkrementen der hydrostatischen Druckschädigung ΔD_{com} und der Schädigung bei Zugentfestigung ΔD_{ten} . Für die Druckschädigung wird geprüft, ob der aktuelle Druck P^* den bisher maximalen Druck P_{max}^* übersteigt. Ist das der Fall und die elastische Grenze P_e^* überschritten, kommt es zum neuen Schädigungsinkrement. Bei Zugbeanspruchung wird zunächst geprüft, ob noch keine Rissöffnung vorhanden ist ($\delta = 0$). Ist das der Fall, wird über die elastische Dehnrage die Versagensfläche für Zug $Y_{fail}^{ten}(\dot{\epsilon})$ festgelegt und geprüft, ob die VON MISES Vergleichsspannung $\sqrt{3J_2}$ diese übersteigt. Wenn ja, wird das Inkrement der Rissöffnung $\Delta\delta$ berechnet, und das Schädigungsinkrement ΔD_{ten} kann berechnet werden.

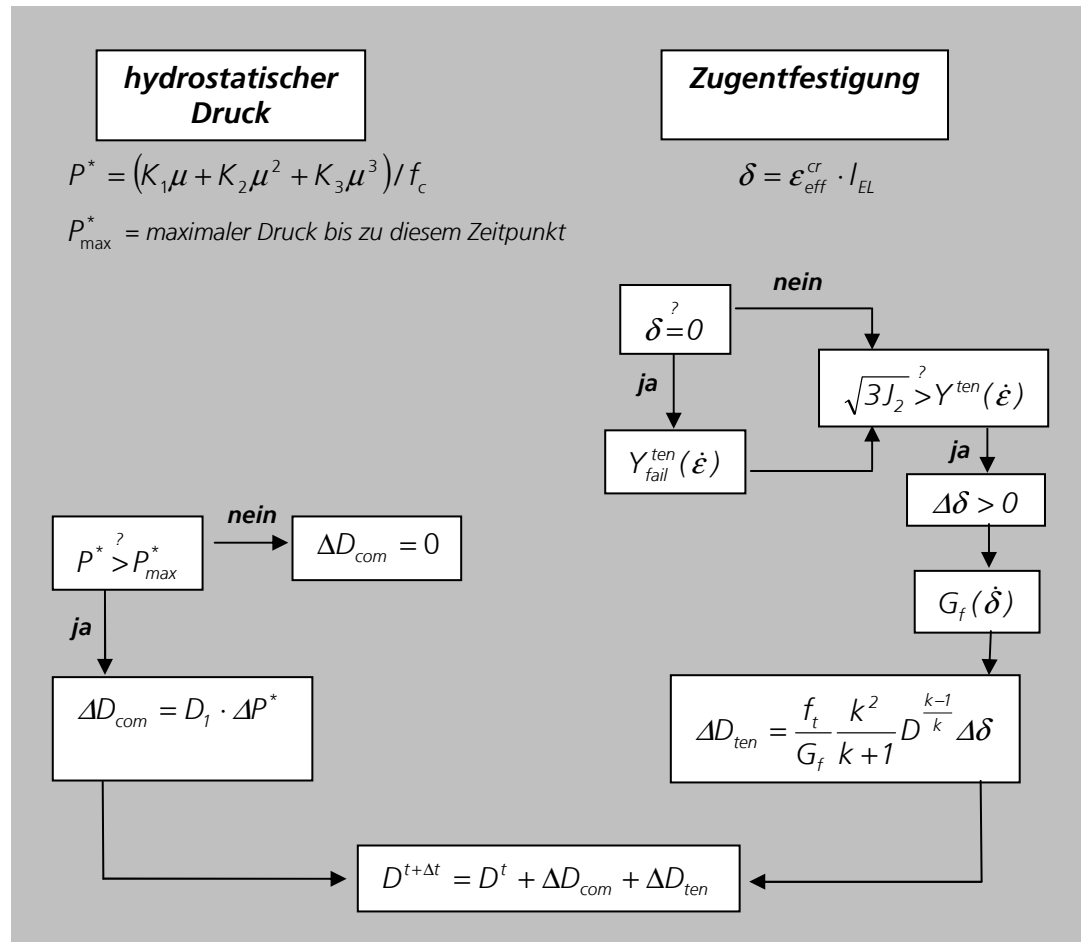


Abbildung 7.5: Programmablauf zur Schädigungsentwicklung

Aus der Addition der aktuellen Schädigung mit den Inkrementen der Druck- und Zugschädigung ergibt sich die Schädigung im nächsten Zeitschritt. Die für das Schädigungsmodell nötigen Stoffgesetzparameter sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Tabelle 7.1: Stoffgesetzparameter für die Beschreibung der Schädigung

Druck	Zug
bilineare Druckschädigung (Gl. 7.3)	statische Entfestigung (Gl. 7.10)
$D_1 = 0.400$ $P_e / f_c = 2/3 < P^* < 2.26$	$G_{i,stat} = 125 \text{ N/m}$
$D_1 = 0.014$ $P^* \geq 2.26$	$k = 0.4$ oder $k = 1.0$ (linear)
	dynamische Bruchenergie (Gl. 7.9)
P_e = elastische Druckgrenze f_c = einaxiale Druckfestigkeit	$G_1 = 1.74, G_2 = 0.49$ für $\delta > G_1^{-1/G_2} = 0.32$

7.5 Simulation der Laborversuche

Die Simulation der Laborversuche ist der erste Schritt zur Überprüfung des entwickelten Modells und der abgeleiteten Schadensparameter. Eine Validierung an Versuchen mit Penetrations- und Explosionsbeanspruchung ist in Kapitel 8 durchgeführt.

Simulation des Druckversuchs mit lateraler Verdämmung

Betonproben, die im Druckversuch mit lateraler Verdämmung komprimiert werden, dienen der Identifizierung der Schädigung bei hohen Druckspannungen. Aus der aufgetragenen Axialspannung kann vereinfachend der hydrostatische Druck berechnet werden (vgl. Abschnitt 6.1). Inwieweit diese Vereinfachung sich auf die Schädigungsberechnung auswirkt, wird mittels der Simulation überprüft. Im numerische Modell wird die laterale Verdämmung durch starre Randbedingungen abgebildet. Die Berechnung wird mit axialsymmetrischen Elementen durchgeführt. Über die Zylinderhöhe werden 30 Elemente, über den Radius 10 Elemente verwendet. Eine feinere Elementierung ist nicht nötig, da im Falle eindimensionaler Dehnungen die Spannungen in alle drei Richtungen in der Probe konstant sind. In der Simulation wird nun, wie im Experiment messbar, die Schädigung D über der Axialspannung σ_{xx} aufgetragen. Wie Abbildung 7.6 zeigt trifft das Simulationsergebnis mit der neuen Schädigungsbeschreibung die experimentellen Ergebnisse sehr gut, sodass die Gleichung 6.1 zur Berechnung des hydrostatischen Drucks aus den Axialspannungen bestätigt werden kann.

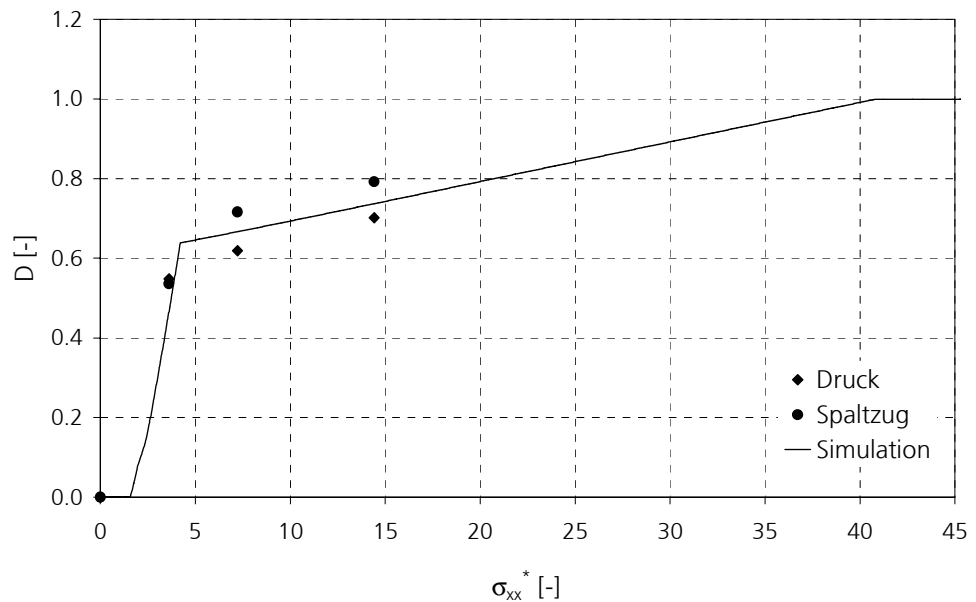


Abbildung 7.6: Simulation der Schädigung bei lateraler Verdämmung im Vergleich zu den experimentell gemessenen Restfestigkeiten für Druck und Spaltzug nach Abschnitt 6.1

Simulation der SHB-Experimente

Zur Messung der Zugfestigkeit und Bruchenergie bei dynamischer Beanspruchung wurden in Kapitel 5.2 Spallationsversuche mit der SHB-Anlage durchgeführt. Mit Hilfe der numerischen Simulation werden nun einzelne Versuche nachgerechnet, um das verwendete Auswerteverfahren zu prüfen.

System und Modellbildung

In der Simulation abgebildet werden Eingangsstab und Probe. Die Erzeugung des Druckimpulses durch den Beschuss des Eingangsstabs mit einem Stahlprojektil wird numerisch nicht verfolgt. Stattdessen wird an der Position des DMS 3 eine Geschwindigkeitsrandbedingung RB aufgebracht, die aus der Dehnungsmessung des Experiments berechnet wird (vgl. Gleichung 4.10). Wie im Experiment werden in der Simulation an der Stelle des DMS 3, des DMS 4 und am BA Target-Punkte gesetzt. Dort werden die Dehnung und die Partikelgeschwindigkeit als Funktion der Zeit berechnet. Abbildung 7.7 stellt das numerische Modell für die Simulation der Spallationsversuche dar.

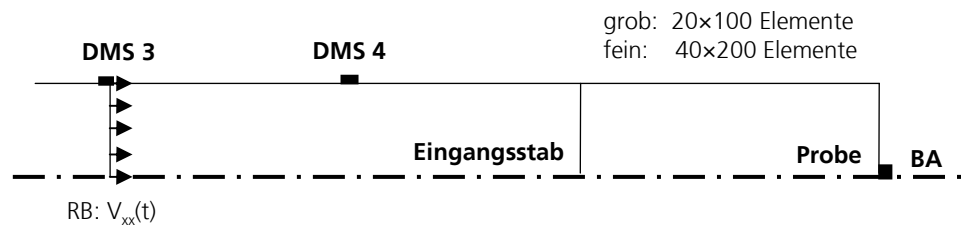


Abbildung 7.7: Numerisches Modell für die Simulation der Spallationsversuche

Kontrolle der Zugfestigkeitsberechnung

Die dynamische Zugfestigkeit wird in Kapitel 5.2 aus der „pull-back“-Geschwindigkeit Δu_{pb} an der freien Oberfläche berechnet. In der Simulation wird nun umgekehrt vorgegangen. Es wird überprüft, ob bei gegebener Zugfestigkeit nach Tabelle 5.8 und Tabelle 5.11 die gemessene „pull-back“-Geschwindigkeit auftritt. Dazu wird je ein Beispiel der Belastungsstufe 1 und 2 simuliert.

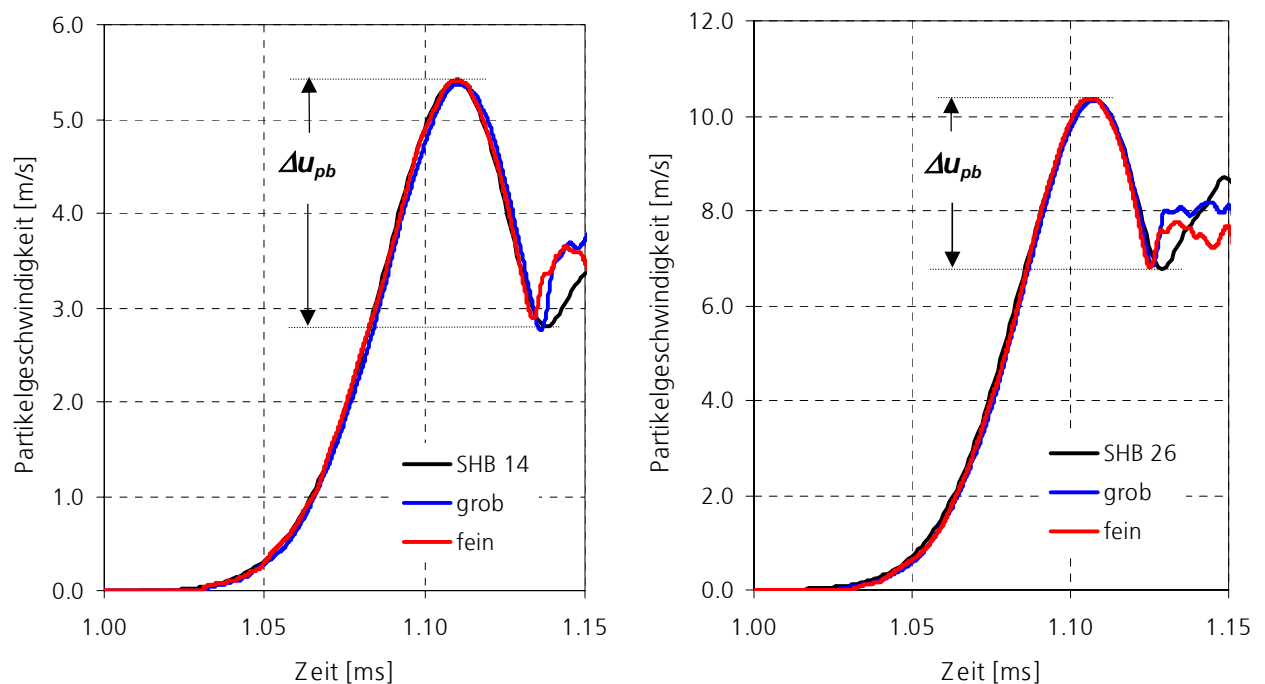


Abbildung 7.8: Vergleich der freien Oberflächengeschwindigkeit in der Simulation und im Experiment

Die Ergebnisse der Simulation zeigen in ihrer „pull-back“-Geschwindigkeit Δu_{pb} für zwei Vernetzungen nur geringe Abweichungen von den experimentellen Ergebnissen.

Kontrolle der Bruchstückgröße und Ausdehnung der Schädigung

Zunächst wird die Position der Risse und somit die Größe der Bruchstücke kontrolliert. Wie Abbildung 7.10 zeigt, gibt die Simulation die Bruchstückgrößen sehr gut wieder. Die Rissöffnung tritt dort auf, wo die Probe im Experiment durchtrennt wird.

In Abbildung 7.9 ist zu sehen, dass die Ausdehnung der Schädigung in der Simulation größer ist als die mikroskopische Auswertung der feinen Risse. Betrachtet man allerdings die Auswertung anderer Versuche der gleichen Belastungsstufe, die im Anhang dargestellt sind, sieht man, dass der Bereich, in dem Mikrorisse auftreten, mit dem Schädigungsbereich der Simulation grob übereinstimmt.

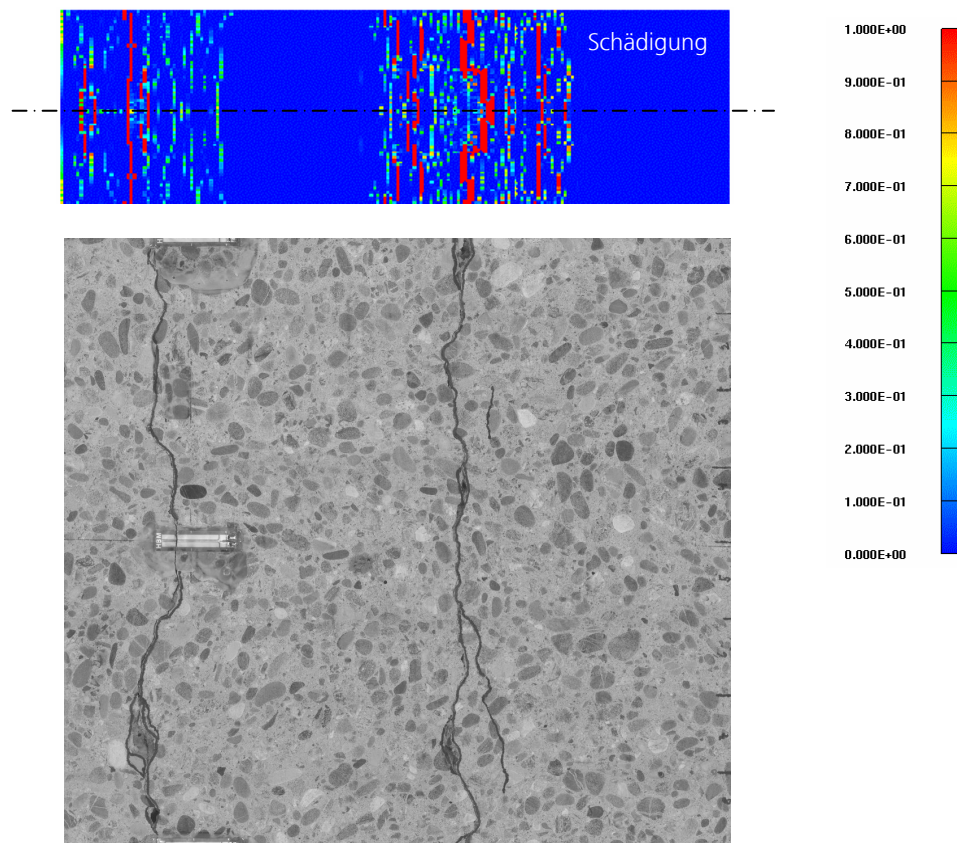


Abbildung 7.9: Schädigung in der Simulation – mikroskopische Untersuchung der Risse nach Abschnitt 5.2.7 im Experiment SHB 14

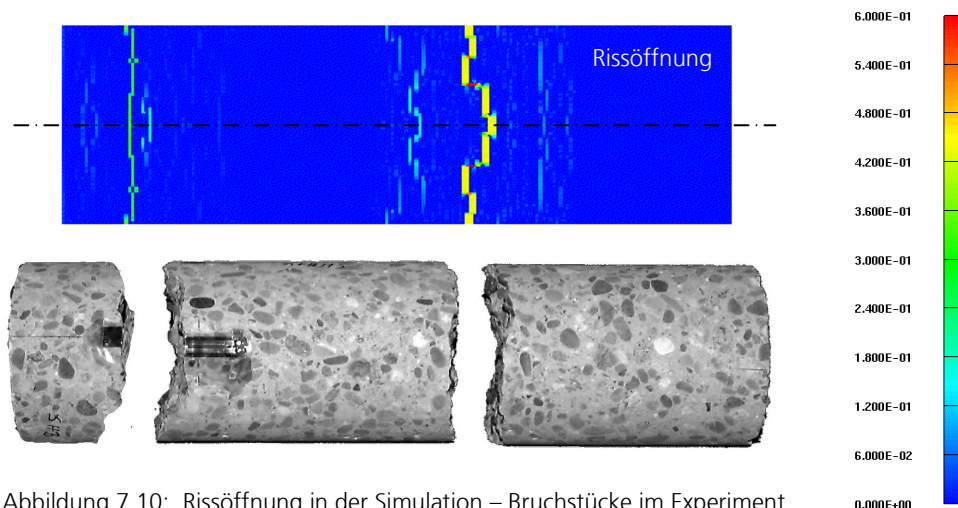


Abbildung 7.10: Rissöffnung in der Simulation – Bruchstücke im Experiment

Untersuchungen zur Geschwindigkeit der Bruchstücke

Zur Messung der Bruchenergie wird die Reduzierung der Bruchstückgeschwindigkeiten während des Bruchvorgangs ausgewertet. Zunächst werden Simulationen mit drei verschiedenen Bruchenergien durchgeführt, um zu zeigen, wie groß der Einfluss auf die Geschwindigkeit der Bruchstücke ist. Der Vergleich zwischen Simulation und Experiment für die Versuche SHB 12 und SHB 14 zeigt Abbildung 7.11. Der Einfluss der Bruchenergie auf die Geschwindigkeit der Bruchstücke ist deutlich erkennbar, sodass die Auswertung der Geschwindigkeiten zur Bestimmung der Bruchenergie grundsätzlich geeignet ist. Die statisch gemessene Bruchenergie beträgt 125 N/m . Deutet man die Simulationsergebnisse der Parameterstudie für die Bruchenergie, kommt man auf eine Energie, die im Mittel etwas geringer als die zweifache statische Bruchenergie ist. In Kapitel 5 wurde eine dynamische Bruchenergie, die der zwei- bis dreifachen statischen Bruchenergie entspricht, gemessen. Die Interpretation der Parameterstudie führt also auf eine etwas geringere Bruchenergie als die experimentelle Messung. Dies ist auch in der Simulation mit der neuen Schädigungsbeschreibung, dargestellt in Abbildung 7.12, zu beobachten. Die Abplatzgeschwindigkeit des rechten Bruchstücks ist etwas geringer als die im Experiment gemessene Geschwindigkeit. Das heißt, im Modell müsste die Bruchenergie etwas geringer angenommen werden, um die richtige Abplatzgeschwindigkeit wiederzugeben. Diese Abweichungen sind aber in einer Größenordnung die im Bereich der Messungenauigkeit oder der Ungenauigkeit durch die Vereinfachungen bei der Auswertung der Messergebnisse liegen, sodass überblickend betrachtet die

Simulationsergebnisse die Steigerung der Bruchenergie bei derart hohen Belastungsgeschwindigkeiten bestätigen.

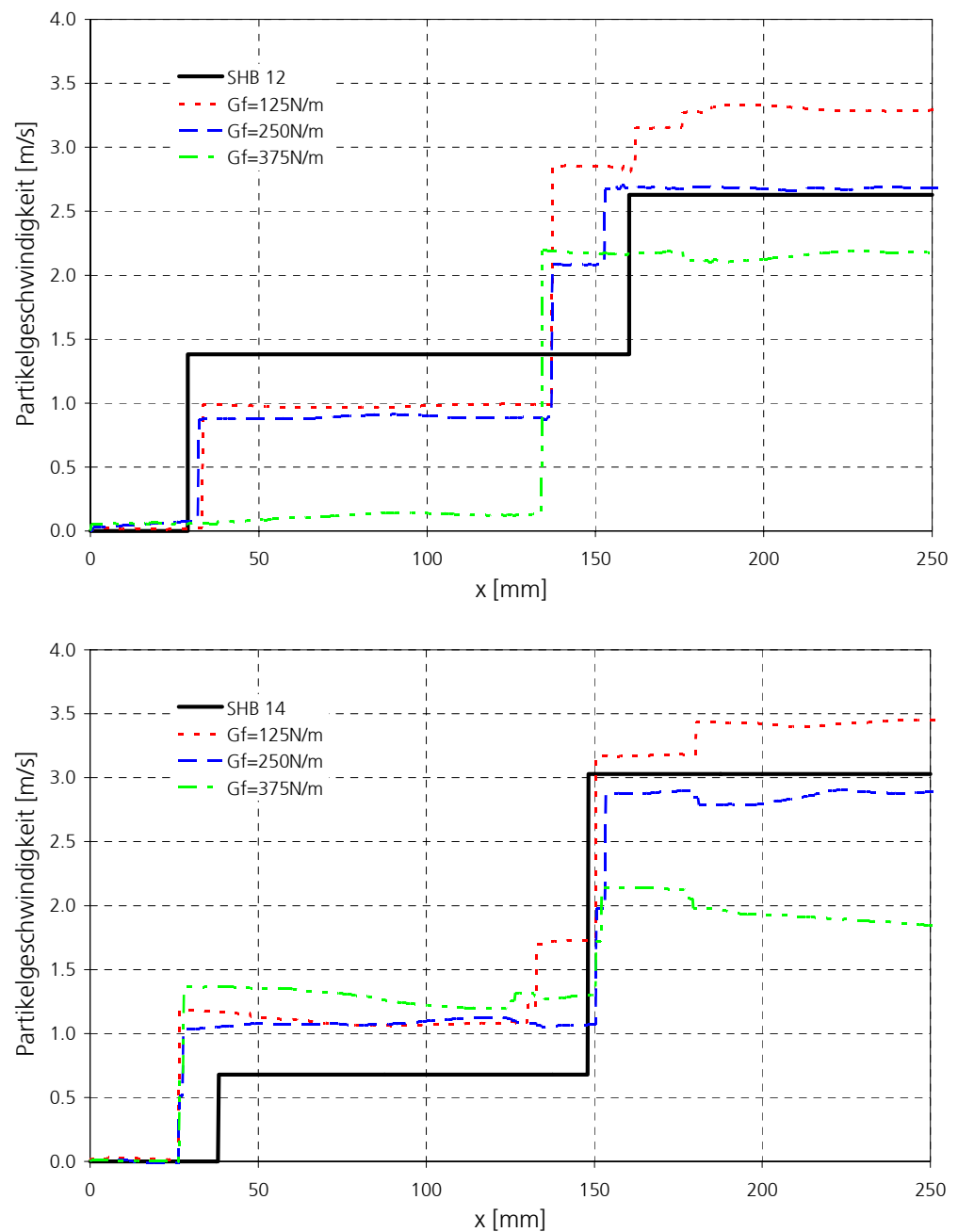


Abbildung 7.11: Geschwindigkeitsverteilung in der Probe beim Experiment und in der Simulation mit verschiedenen Bruchenergien, nachdem der Bruchprozess abgeschlossen ist (Versuch SHB 12 und SHB 14). Die statische Bruchenergie beträgt $G_{f,stat} = 125 \text{ N/m}$

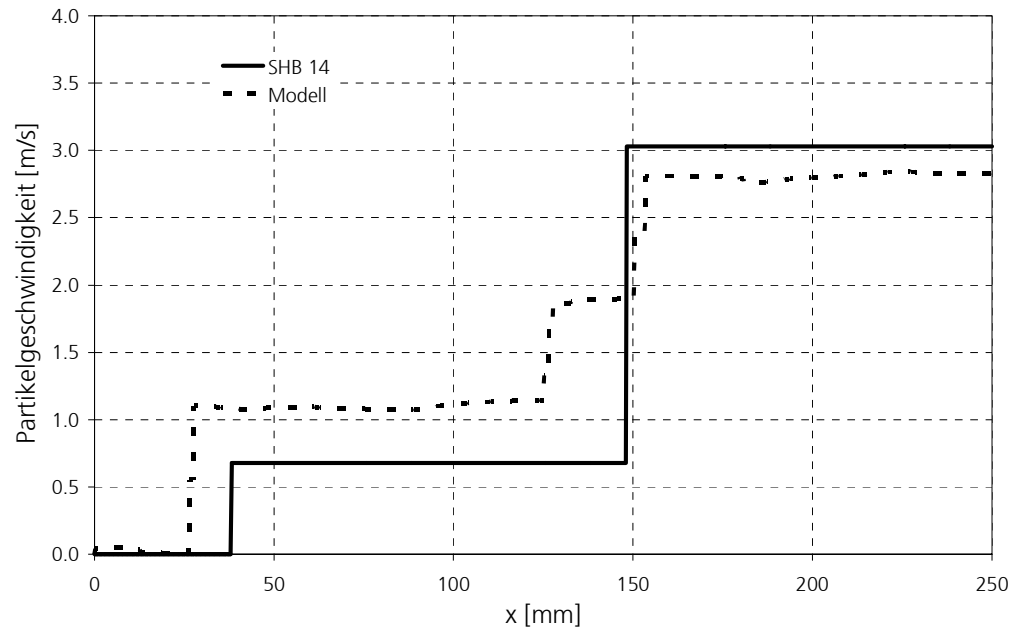


Abbildung 7.12: Geschwindigkeitsverteilung in der Probe nachdem der Bruchprozess abgeschlossen ist; experimentelles Ergebnis und Simulationsergebnis mit einer rissöffnungs- geschwindigkeitsabhängigen Schädigungsbeschreibung (Versuch SHB 14)

8 Anwendung

Zur Validierung der abgeleiteten Schädigungsbeschreibung werden zwei Experimente simuliert. Das erste Experiment ist eine zweistufige Penetration, eine Tandem-Penetration. Hier wird der Beton zunächst durch eine Hohlladungspenetration vorgeschädigt, sodass der zweite Penetrator in bereits geschädigten Beton eindringt. Es wird überprüft, in wieweit mit der Simulation die Eindringtiefe in geschädigtes Material berechnet werden kann. Das zweite Experiment, das simuliert wird, ist die Kontaktdetonation an einer unbewehrten Betonplatte. Verglichen wird das Schadensbild der Simulation mit dem Rissbild der mittig durchgesägten Platte.

8.1 Penetration eines Tandem-Gefechtskopfs

8.1.1 Versuchsaufbau

Ein Tandem-Gefechtskopf besteht aus einer Hohlladung und einem KE-Projektil. Durch die Hohlladung wird der Beton vorgeschädigt, um mit dem folgenden Penetrator eine größere Eindringtiefe zu erzielen. Abbildung 8.1 stellt den Aufbau dar.

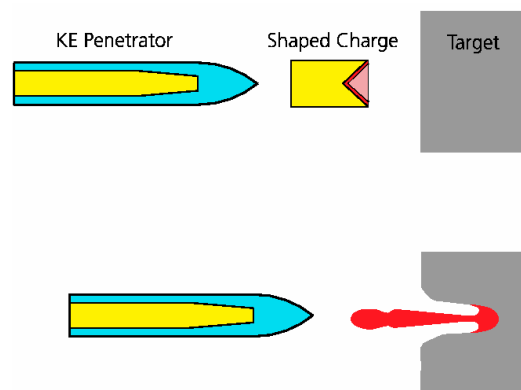


Abbildung 8.1: Aufbau eines Tandemgefechtskopfs

Am Ernst-Mach-Institut wird ein Versuch aufgebaut, der die Wirkungsweise eines Tandemgefechtskopfs nachstellt. Im Experiment werden die beiden Penetrationen nicht durch ein Geschoss vollzogen, sondern nacheinander mit

zeitlichem Abstand durchgeführt. Zunächst wird die Vorhohlladung auf den durch einen mit einer Stahlhülle ummantelten Betonkörper geschossen und anschließend das KE-Projektil in den Lochkanal geschossen. Der Betonkörper hat einen Durchmesser von 1 m und eine Länge von 1 m . Die Festigkeit wird mit dem Schmidt-Hammer gemessen und beträgt im Mittel 55 MPa .

Vorhohlladung (VHL)

Bevor die Untersuchung an Beton durchgeführt wird, wird die Geschwindigkeitsverteilung des Hohlladungsjets mittels Röntgendiagnostik gemessen. Die Geschwindigkeitsverteilung bildet für die Simulation die Grundlage zur expliziten Modellierung des Hohlladungsjets. Abbildung 8.2 zeigt die Geschwindigkeit einzelner Partikel dargestellt über der kumulierten Teilchenlänge. Abgebildet sind die Ergebnisse von zwei Hohlladungsjets (HL 10216, HL 10217), die jeweils an zwei Zeitpunkten aufgezeichnet wurden.

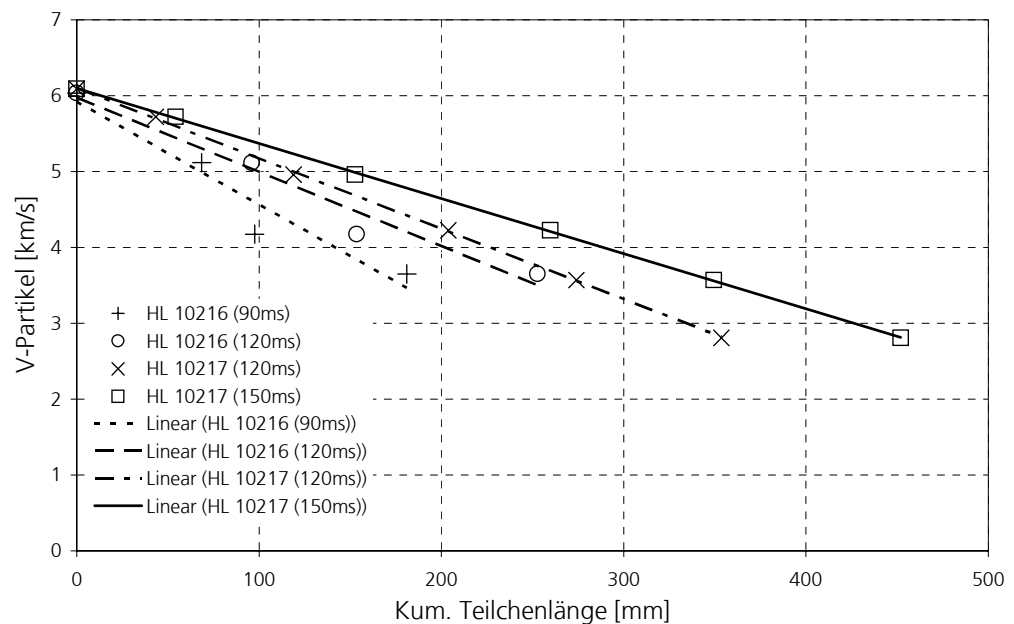


Abbildung 8.2: Geschwindigkeitsverteilung der Hohlladungsjets HL 10216 und HL 10217 mit linearem Fit

Aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit des Jets kann der Entstehungspunkt berechnet werden. Zusammengefasst weist der Hohlladungsstachel die in Tabelle 8.1 angegebenen Leistungsdaten auf.

Tabelle 8.1: Leistungsdaten des Hohlladungsjets

Virtueller Ursprung bezogen auf die Basis	13 mm
Geschwindigkeit an der Jetspitze	6.1 km/s
Geschwindigkeit am Jetende	2.8 km/s

KE-Penetrator

Für die zweite Penetration wird ein KE-Projektil verwendet, dessen Geometrie Abbildung 8.3. zeigt. In Tabelle 8.2 sind die technischen Daten des Projektils zusammengefasst. Die Projektile werden mit der Leichtgaskanone des Ernst–Mach–Instituts auf ca. 380 m/s beschleunigt und auf die Betonziele geschossen.

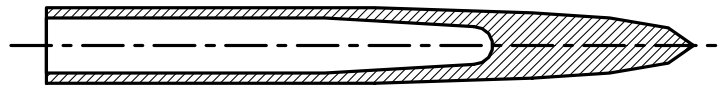


Abbildung 8.3: Geometrie des KE-Projektils

Tabelle 8.2: Technische Daten des KE-Projektils

Kaliber	60 mm
Länge	508 mm
L/D	8.47
Masse	6039 g

8.1.2 Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulation

Hohlladungspenetration

Das experimentelle Ergebnis nach der Hohlladungspenetration zeigt Abb. 8.4. Zu sehen ist der für einen Hohlladungsbeschuss typische enge Lochkanal im inneren des Betonziels und der große Krater im Einschussbereich.



Abbildung 8.4: Betonziel nach der Hohlladungspenetration mit einem Stand Off von 6 Kaliber

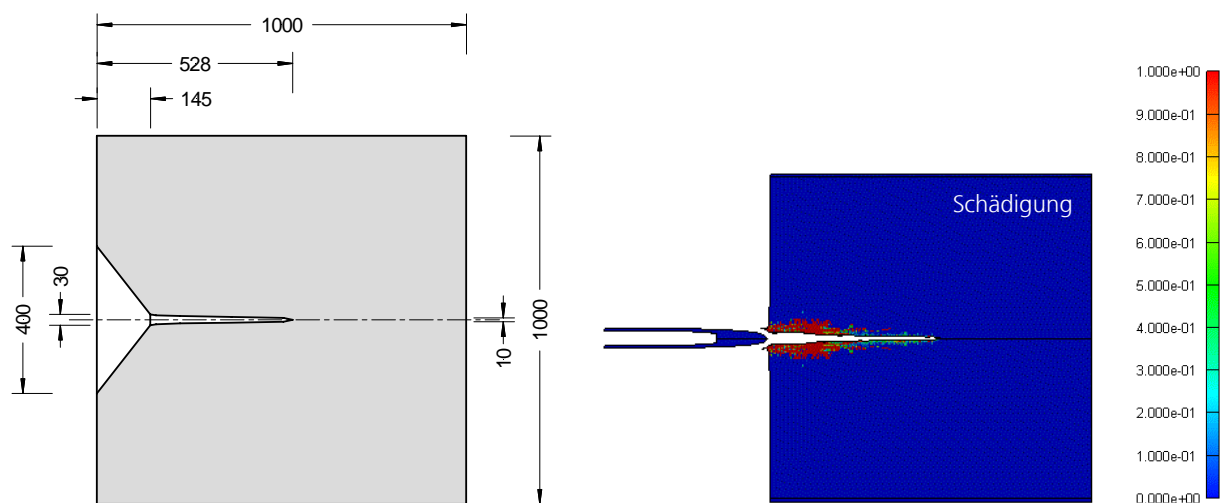


Abbildung 8.5: Experiment und Simulation der Hohlladungspenetration mit 6 Kaliber Stand Off

Die für die Simulation notwendigen Parameter des Hohlladungsstachels werden aus der Tabelle 8.1 entnommen. Für einen Stand Off von sechs Kaliber beträgt die Stachellänge beim Impakt bei der gegebenen Geschwindigkeitsverteilung 290 mm. Die Tiefe des Lochkanals und die Kraterabmessungen werden vermessen und im Vergleich zu den Simulationsergebnissen in Abbildung 8.5 dargestellt. Im Bereich des Lochkanals stimmt das Simulationsergebnis mit den im Experiment zu beobachtenden geringen Schädigungen überein. Die Größe des Spallationskraters ist in der Simulation geringer als im Experiment.

KE-Penetration

Nachdem die Vorschädigung durch die Hohlladung erzielt worden ist, wird nun die zweite Penetration betrachtet. Durchgeführt werden zwei KE-Beschüsse, ein Beschuss auf ein ungeschädigtes Betonziel und ein zweiter Beschuss in den Lochkanal der oben beschriebenen Hohlladungspenetration. Abbildung 8.6 zeigt im linken Bild die Penetration in den ungeschädigten Beton und im rechten Bild in den vorgeschädigten Beton. Im rechten Bild ist der Penetrator so weit eingedrungen, dass er nicht mehr zu sehen ist.



Abbildung 8.6: Betonkörper nach KE-Beschuss in den ungeschädigten Beton (links) und in den durch eine Hohlladung mit sechs Kaliber Stand Off vorgeschädigten Beton (rechts)

In Abbildung 8.7 und Abbildung 8.8 sind die experimentelle Ergebnisse den Simulationsergebnissen gegenübergestellt.

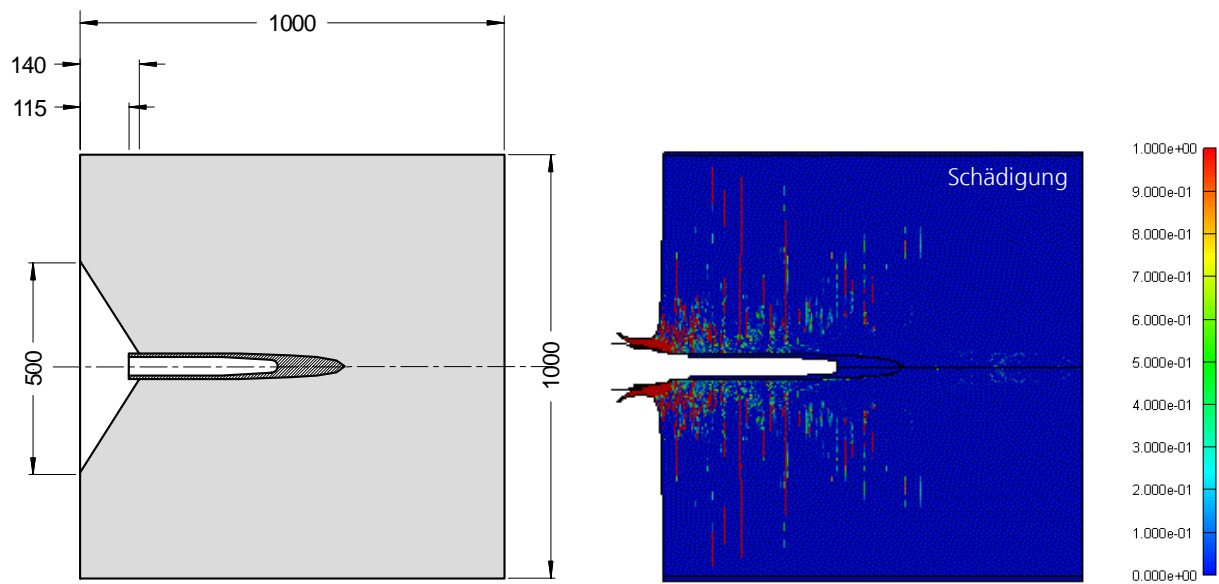


Abbildung 8.7: Experiment und Simulation der KE-Penetration in ungeschädigten Beton

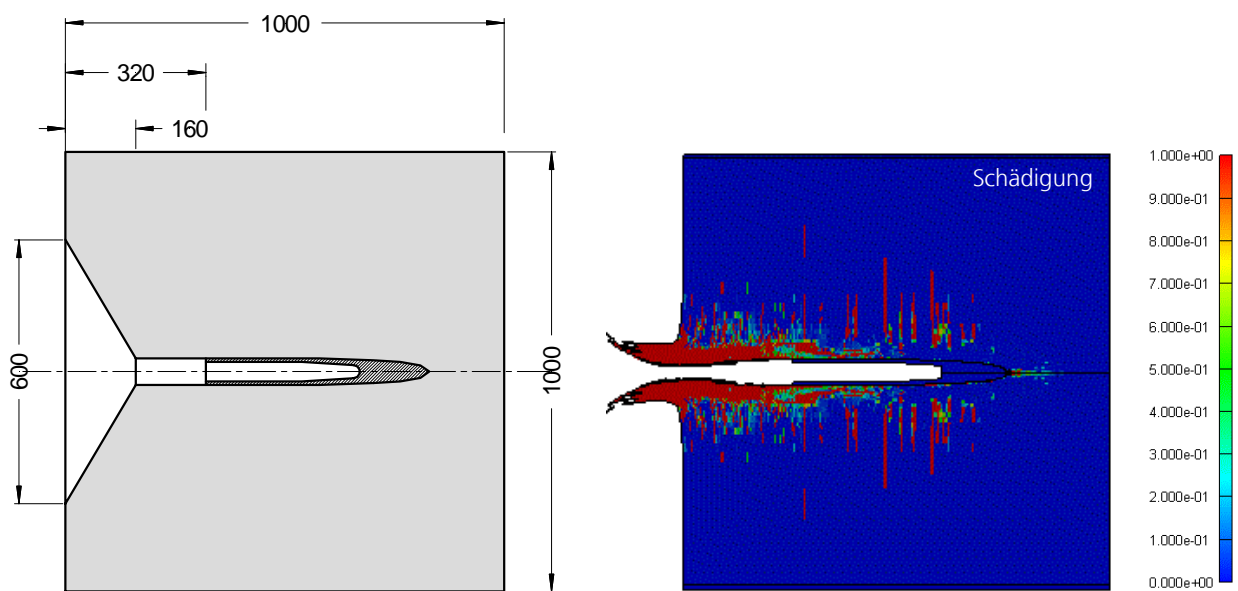


Abbildung 8.8: Experiment und Simulation der KE-Penetration in den Hohlladungskanal (siehe auch Abbildung 8.5)

Die Eindringtiefen der Hohlladungspenetration und der KE-Beschüsse sind in Tabelle 8.3 angegeben. Bei den KE-Beschüssen sind die Penetrationstiefen in der Simulation ca. 5 % geringer als im Experiment. Die erhöhte Eindringtiefe bei zweistufiger Penetration kann jedoch mit dem neuen Schädigungsgesetz simuliert werden.

Tabelle 8.3: Vergleich der Eindringtiefen zwischen Experiment und Simulation

	Experiment	Simulation
Hohlladung	528 mm	513 mm
KE-Projektil (ungeschädigte Beton)	620 mm	590 mm
KE-Projektil (nach Hohlladungspenetration)	830 mm	787 mm

Wie auch schon das Simulationsergebnis der Hohlladungspenetration gezeigt hat, ist es schwer, die Größe des Spallationskegels im Einschussbereich zu simulieren. Welche Versagensmoden in diesem Bereich auftreten, eventuell eine Kombination zwischen Zug- und Schubversagen (Mode I und Mode II), könnte in zukünftigen Arbeiten numerisch und experimentell untersucht werden.

8.2 Simulation einer Kontaktdetonation

8.2.1 Versuchsaufbau

Als experimentelle Grundlage für die Simulation einer Kontaktdetonation wird die Studie von LANDMANN [71], die an der Wehrtechnischen Dienststelle für Schutz- und Sondertechnik (WTD52) durchgeführt wurde, verwendet. Die Studie enthält eine Serie von Kontaktdetonationen an bewehrten und unbewehrten Stahlbetonplatten mit verschiedenen Größtkörnern, unterschiedlichen Plattendicken und Sprengstoffmengen. Simuliert wird eine Kontaktdetonation an einer 45 cm dicken unbewehrten Betonplatte. Abbildung 8.9 zeigt das Simulationsmodell.

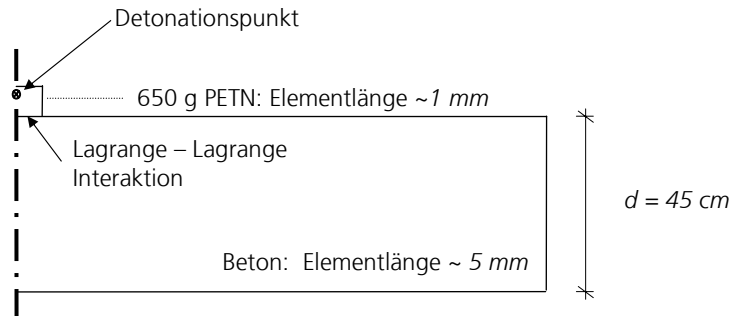


Abbildung 8.9: Axialsymmetrisches Modell für die Simulation der Kontaktdetonation an einer 45 cm dicken Betonplatte

8.2.2 Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulation

In Abbildung 8.10 wird die Fotografie der mittig zersägten Platte mit dem Schädigungsausdruck der Simulation verglichen. LANDMANN hat die Risse nachgezeichnet und ermöglicht so den Vergleich mit den numerischen Ergebnissen. Der genaue Verlauf der Risse kann durch die Simulation nicht berechnet werden. Es ist jedoch möglich, die Länge der geschädigten Zonen besonders an der belastungsabgewandten Plattenseite quantitativ zu berechnen. Der Kraterdurchmesser im Bereich des Sprengstoffs ist in der Simulation 10 cm geringer als im Experiment. Diese zu geringe Berechnung des Ausbruchkegels wurde auch schon in Abschnitt 8.1.2 beobachtet.

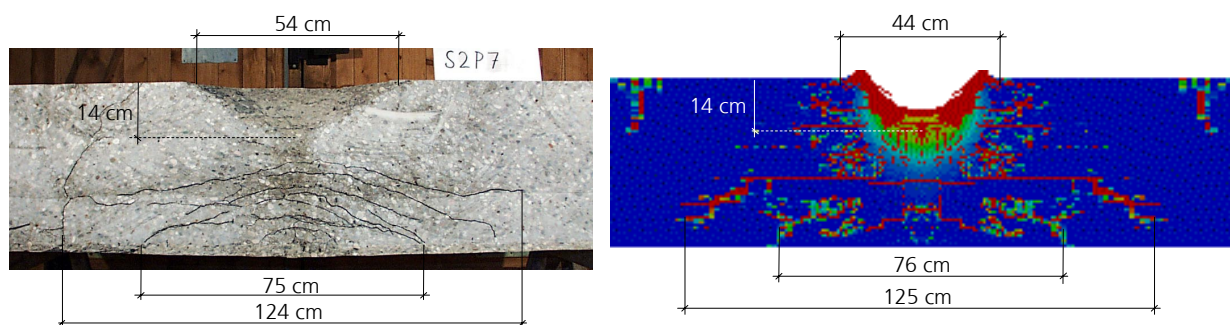


Abbildung 8.10: Mittig zersägte Betonplatte mit nachgezeichneten Rissen im Vergleich zur berechneten Schädigung (Plattendicke = 45 cm)

9 Zusammenfassung und Ausblick

Bei der Simulation von stoßartigen Einwirkungen auf Beton kommt der Schädigungsbeschreibung eine wesentliche Bedeutung zu. Dies zeigen Simulationen mit unterschiedlichen Schädigungsmodellen zur Penetration eines Tandemgefechtskopfs. Die Beschreibung der Schädigung muss die Änderung der Materialeigenschaften nach stoßartiger Beanspruchung wiedergeben. Nur so ist es möglich, die statische Resttragfähigkeit oder die noch vorhandene Widerstandsfähigkeit gegen weitere dynamische Einwirkungen zu berechnen. Hierzu muss das Modell die typischen Formen der Schädigung, die stoßartige Beanspruchungen verursachen, wiedergeben. Typische Formen bei Penetrations- oder Explosionsbeanspruchung sind die Kompressionsschädigung verursacht durch hohe Druckspannungen und die Schädigung durch Risse. Diese Arbeit hat die zwei typischen Formen, die bei stoßartiger Beanspruchung auftreten, experimentell untersucht und die Erkenntnisse in das neu formulierte Schädigungsmodell eingebunden.

Schädigung, die durch hohe mehraxiale Druckspannungen verursacht wird, ist an zylindrischen Proben quantifiziert worden. Hierzu wurden statische Versuche, die zweistufig angelegt waren, durchgeführt. Die Probekörper wurden unter hoher Druckspannung bei lateraler Verdämmung vorgeschädigt und anschließend die Restfestigkeit für Druck- und Spaltzugbeanspruchung gemessen. Es konnte eine Korrelation zwischen hydrostatischem Druck und der daraus resultierenden Schädigung gefunden werden.

Zur Untersuchung des Bruchverhaltens bei dynamischer Belastung wurde eine modifizierte Split-Hopkinson-Bar-Anlage aufgebaut. Für die Auswertung der Ergebnisse wurde eine Methode entwickelt, mit der der Elastizitätsmodul, die Zugfestigkeit und die Bruchenergie gemessen werden konnte. Sie beinhaltet die *Fourier*-Analyse zur Berücksichtigung der Dispersion einer elastischen Welle bei der Fortpflanzung im zylindrischen Stab. Die durchgeführte Zerlegung des Wellenprofils in seine harmonischen Anteile wurde auch zur analytischen Simulation der Wellenreflektion am freien Probenende genutzt. Mit der analytischen Simulation wurde die Geschwindigkeitsverteilung in der Probe unmittelbar vor dem Bruch berechnet. Die daraus berechneten Geschwindigkeiten in den Bruchstücken und die gemessenen Geschwindigkeiten nach der Bruchstückbildung sind die Grundlage zur Berechnung der Bruchenergie. In der Literatur gibt es nur sehr wenige Untersuchungen zur Bruchenergie bei dynamischer Beanspruchung. Überschlägig wird angenommen, dass die Bruchenergie bei dynamischer Belastung gleich der Bruchenergie bei statischer Belastung ist. Kenntnisse zur Bruchenergie bei Dehnraten, wie sie bei Spallationsvorgängen auftreten (Dehnraten zwischen

10^1 1/s und 10^2 1/s), gib es nicht. Die hier am Split-Hopkinson-Bar durchgeführten Messungen führten auf eine Bruchenergie, die um den Faktor zwei bis drei größer ist als die statische Bruchenergie. Aus den eigenen Messungen und den wenigen Daten der Literatur wurde vereinfachend eine im logarithmischen Maßstab bilineare Abhängigkeit der Bruchenergie von der Rissöffnungsgeschwindigkeit angenommen. Die Zugfestigkeit wurde wie bei Planar-Platten-Impakt-Experimenten aus der „pull-back“-Geschwindigkeit berechnet. Die dazu nötige freie Oberflächengeschwindigkeit konnte durch Integration der Beschleunigungsaufzeichnung am freien Probenende berechnet werden. Die gemessenen Zugfestigkeiten bestätigen die wenigen, in der Literatur zu findenden Ergebnisse für Dehnraten von 10^1 1/s bis 10^2 1/s.

Die experimentellen Ergebnisse zur Druckbeanspruchung und zum Bruchverhalten wurden in die Schädigungsformulierung eines vorhandenen Materialmodells für Beton, des RHT-Modells, eingebunden. In der neuen Beschreibung entwickelt sich die Schädigung aus zwei Anteilen. Die durch Kompression verursachte Schädigung wird aus der hydrostatischen Druckspannung berechnet. Die Schädigung durch die Rissbildung entwickelt sich aus der Entfestigung bei der Rissöffnung. Mit dem um die verbesserte Schädigungsbeschreibung ergänzten RHT-Modell wurden die Laborversuche nachgerechnet. Mit der numerischen Simulation der Spallationsversuche konnten die Bruchstückegrößen und deren Abplatzgeschwindigkeit berechnet werden.

Zur Validierung der Schädigungsbeschreibung wurden zwei Anwendungen numerisch simuliert. Zum einen wurde ein Tandem-Beschussversuch nachgerechnet. Hierzu wurden zylindrische Betonklötze mit einer Hohlladung beschossen und anschließend wurde in den Lochkanal ein KE-Projektil geschossen. Die mit der neuen Schädigungsbeschreibung durchgeführten Simulationen des KE-Penetrators in ungeschädigten und bereits vorgeschädigten Beton berechneten gleiche Eindringtiefen wie im Experiment. Die zweite Anwendung, die simuliert wurde, war eine Kontaktdetonation an einer unbewehrten Betonplatte. Die berechnete Schädigung wurde mit den nachgezeichneten Rissen der mittig durchgesägten Platte verglichen.

Resümierend betrachtet wurden die für das Schädigungsmodell nötigen Parameter für hydrostatische Druckschädigung und zum Bruchverhalten experimentell gemessen. Inwieweit die hier durchgeführte statische Quantifizierung der Druckschädigung mit der Schädigung die eine Stoßwelle verursacht übereinstimmt, bleibt eine offene Frage und könnte das Thema zukünftiger Forschungsvorhaben sein. Wie Planar-Platten-Impaktexperimente zeigen, ist es allerdings schwer, die Schädigung nach einem Stoßwellendurchgang zu messen, da nachfolgende Zugwellen die Probe vollständig zerstören. Die Messung der Bruchenergie für verschiedene Belastungsgeschwindigkeiten bedarf weiterer Untersuchungen, um die bisher

nicht untersuchten Geschwindigkeitsbereiche zu ergänzen und die in dieser Arbeit durchgeführte Messung mit anderen Versuchsmethoden zu bestätigen. Die numerische Simulation zur Berechnung von Rissbildern ist ein aktuelles Forschungsgebiet. Sie hat das Problem der vernetzungsabhängigen Lösungen. Hierzu sind in den letzten 20 Jahren Modelle entwickelt worden, die die Objektivität der Ergebnisse zumindest für die Netzgröße garantieren. In dieser Arbeit ist ein Modell basierend auf der Bruchenergie um die Phänomene des dynamischen Materialverhaltens ergänzt worden.

10 Notation

Spannungen / Dehnungen / Zustandsgrößen

σ_{ij}	Cauchy-Spannungstensor
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannung
I_1, I_2, I_3	Invarianten des Spannungstensors
$\sigma_m, \sigma_{oct}, P$	mittlere Normalspannung, Oktaedernormalspannung, hydrostatischer Druck
s_{ij}	Spannungsdeviator
J_1, J_2, J_3	Invarianten des Spannungsdeviators
ξ, ρ, θ	Haigh-Westergaard Spannungen
τ_{oct}	Oktaederschubspannung
$\hat{\sigma}_{ij}$	Tensor der mikroskopischen Spannungen
ϵ_{ij}	Dehnungstensor
I'_1, I'_2, I'_3	Invarianten des Dehnungstensors
e_{ij}	Dehnungsdeviator
ϵ_{ij}^{el}	elastische Anteile des Dehnungstensors
ϵ_{ij}^{pl}	plastische Anteile des Dehnungstensors
f	Fließpotential
g	plastisches Potential
$d\lambda$	Lagrange-Multiplikator
$\epsilon^{el}, \epsilon^{pl}, \epsilon^{in}$	einaxiale elastische, plastische, inelastische Dehnung
$\delta_{ij}, \delta_{ijkl}$	Kronecker-Delta
$\delta, \dot{\delta}, \delta_{max}$	Rissöffnung, Rissöffnungsgeschwindigkeit, maximale Rissöffnung, bei der noch Spannungen übertragen werden
$\epsilon_{eff}, \epsilon_{eff}^{cr}$	effektive elastische Dehnung, effektive Rissdehnung
μ	Kompression
e	spezifische innere Energie

Materialkenngrößen

C_{ijkl}	Elastizitätstensor
D_{ijkl}	Schädigungstensor

E, G, K, ν	Elastizitätsmodul, Schubmodul, Kompressionsmodul, Querdehnzahl
λ, μ	Lamé'sche Konstanten
f_t, f_c, f_s, f_{sp}	Zug-, Druck-, Scher-, Spallationsfestigkeit
$G_f, G_{f,stat}, G_{f,dyn}$	spez. Bruchenergie, statisch / dynamisch - Gf / A_{BR} (teilweise vereinfachend nur als Bruchenergie bezeichnet)
Gf	Bruchenergie
Y	Fließspannung
E_{sof}, R	Entfestigungsmodul, Parameter zur Ratenabhängigkeit
l	interne Länge
ρ	Dichte

RHT-Modell / eigene Schädigungsbeschreibung

ρ_0, ρ_{s_0}	Anfangsdichte des porösen, porenfreien Materials bei $P = 0 \text{ MPa}$
ρ_s	Dichte des porenfreien Materials
P_e, P_s	Porenkollapsdruck, Druck am Übergang Kompaktierung / porenfreies Material
α, α_p	Porosität, Porosität des Ausgangsmaterials
Y_{Txc}	Funktion für Druckmeridian
$Y_{el}, Y_{fail}, Y_{fric}$	Funktion für die elastische Grenzfläche, Versagensfläche, Fläche der Restfestigkeit
A, B, N	Parameter zu Y_{fail}, Y_{fric}
$F_{Rate}(\dot{\epsilon})$	Funktion Dehnrateneinfluss
Q_1, Q_2	Parameter zur Dreiinvariantenabhängigkeit
D_1	Parameter zur Druckschädigungsentwicklung
G_1, G_2	Parameter zur Abhängigkeit der Bruchenergie von der Rissöffnungsgeschwindigkeit
D	Schädigung
D_{com}	Schädigung aus hydrostatischen Druckspannungen
D_{ten}	Schädigung bei Zugentfestigung
k	Parameter zum Entfestigungsverhalten

Split-Hopkinson-Bar

U_A	Brückenausgangsspannung in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung
U_B	Brückenspeisespannung in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung
R	Widerstand der Dehnungsmessstreifen
k	k-Faktor des Dehnungsmessstreifens
u	Verschiebung
$\varepsilon_i, \varepsilon_r, \varepsilon_t$	Dehnungsaufzeichnung der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle
$\sigma_i, \sigma_r, \sigma_t$	Spannungen der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle
U_I, U_{II}	Verschiebung am Übergang Eingangsstab – Probe, Probe - Ausgangsstab
F_I, F_{II}	Kräfte am Übergang Eingangsstab – Probe, Probe - Ausgangsstab
σ_I, σ_{II}	Spannungen am Übergang Eingangsstab – Probe, Probe - Ausgangsstab
σ_s, ε_s	mittlere Spannung, mittlere Dehnung im Probekörper
A, A_s	Querschnittsfläche der Stäbe, Probe
A_0, a_n, b_n D_n, ϕ_n	Fourier-Koeffizienten der n-ten harmonischen Welle
T	Schwingdauer
λ_n	Wellenlänge der n-ten harmonischen Welle
C_n	Ausbreitungsgeschwindigkeit der n-ten harmonischen Welle
ω_0	Kreisfrequenz
ϕ_{dn}	Änderung des Phasenwinkels der n-ten harmonischen Welle

Sonstiges

$\sigma_{max}, \varepsilon_{max}$	maximale Druckspannung, Druckdehnung im Beton
σ_{xx}	Axialspannung beim Druckversuch mit lateraler Verdämmung
I	Impuls
$t1, t2$	Zeitpunkt: Rissbeginn, Riss vollständig geöffnet

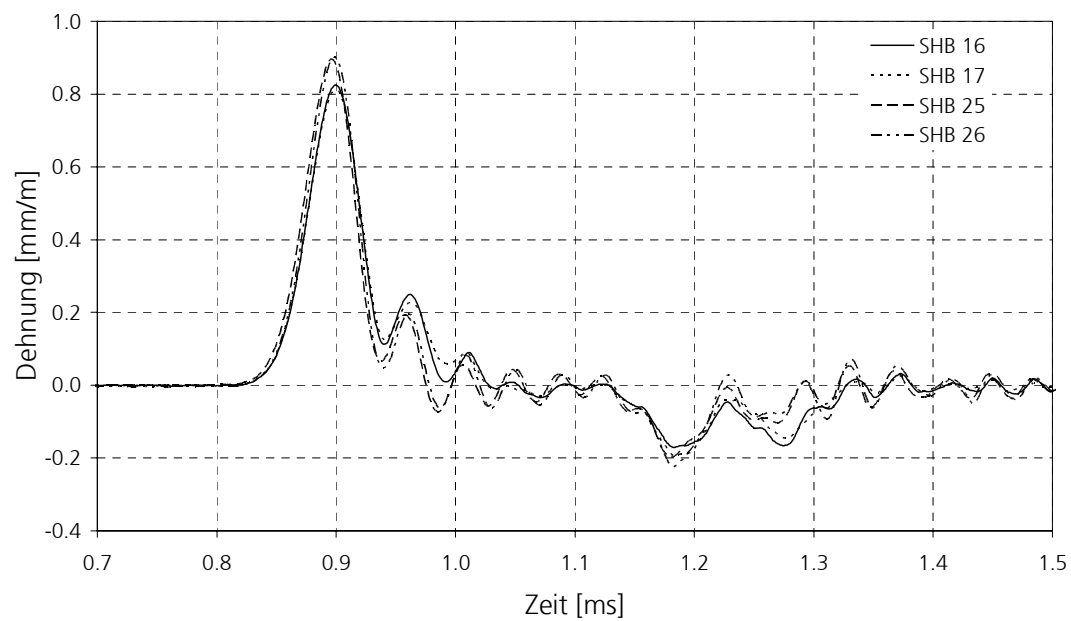
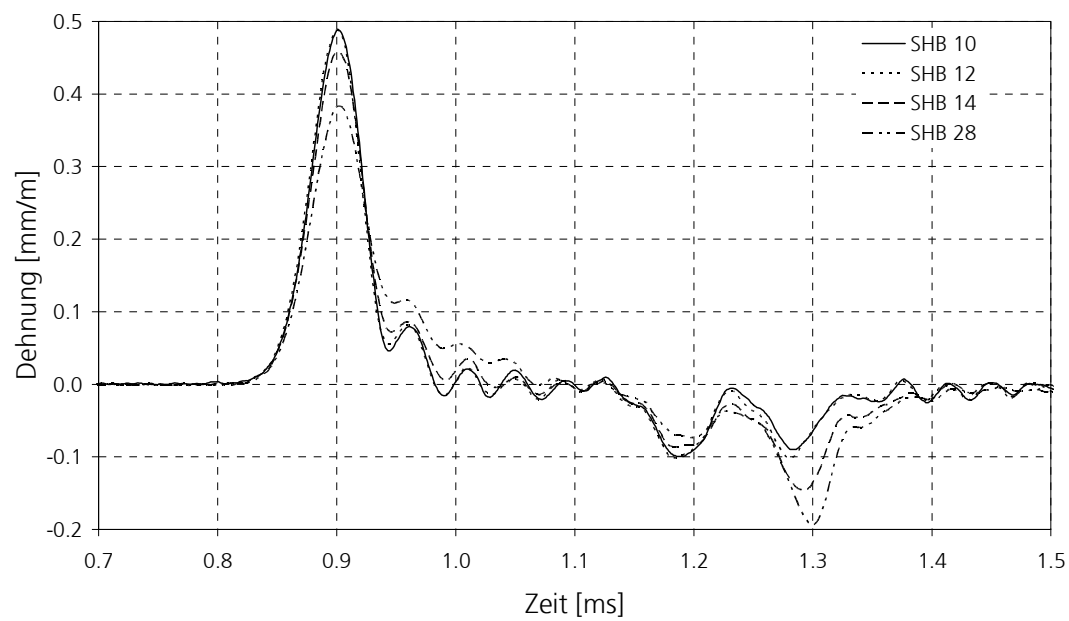
v	Geschwindigkeit
A_{BR}	Bruchfläche
A_n	Fläche in der Kerbe
U_s, U_p	Stoßwellengeschwindigkeit, Partikelgeschwindigkeit
Γ	Grüneisengamma
$()^*$	auf die einaxiale Druckfestigkeit bezogener Materialkennwert

Abkürzungen

EMI	Ernst-Mach-Institut
SHB	Split-Hopkinson-Bar
DMS	Dehnungsmessstreifen
BA	Beschleunigungsaufnehmer
RVE	Repräsentatives Volumenelement
BR	Bruchstück

11 Anhang

11.1 Messung der Dehnung und Partikelgeschwindigkeit zu Abschnitt 5.2



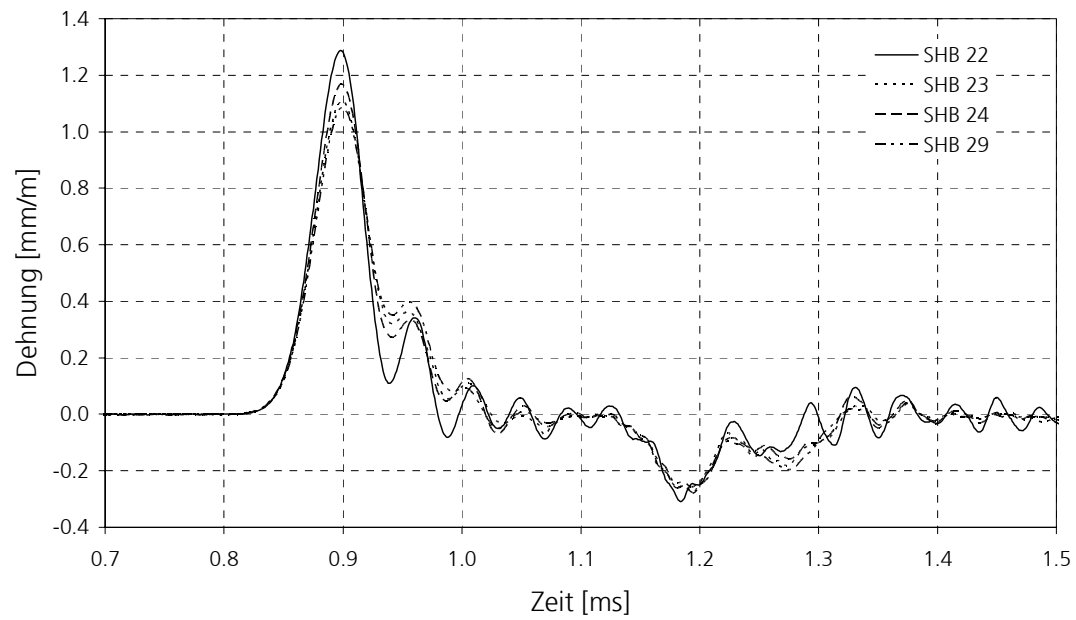


Abbildung 11.1: Dehnungen am DMS 4 für die Belastungsstufen 1, 2 und 3

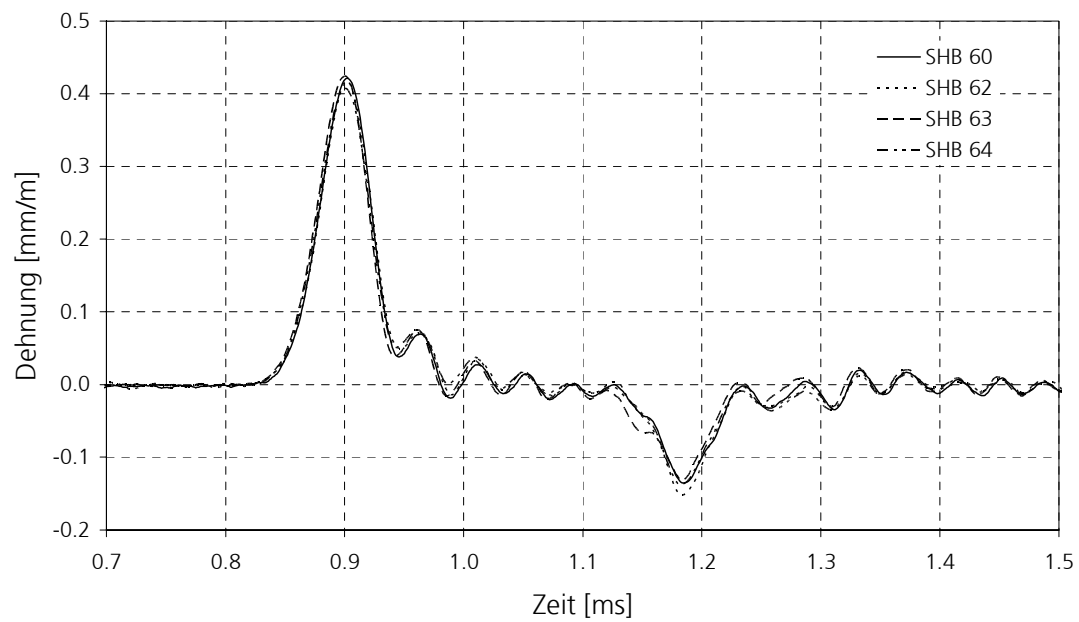
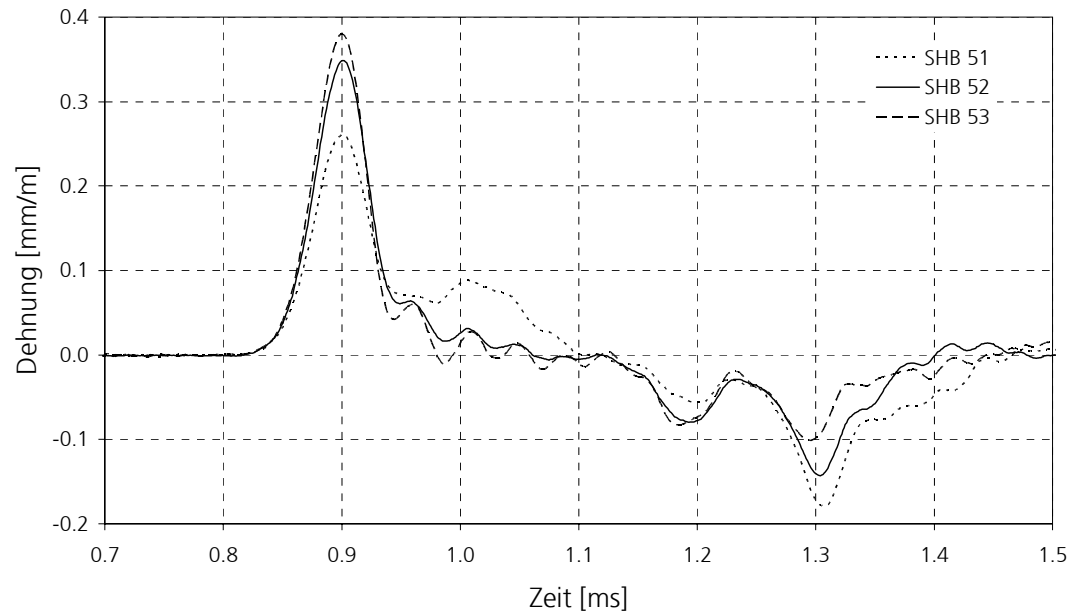


Abbildung 11.2: Dehnungen am DMS 4 bei angeklebten und angelegten gekerbten Proben

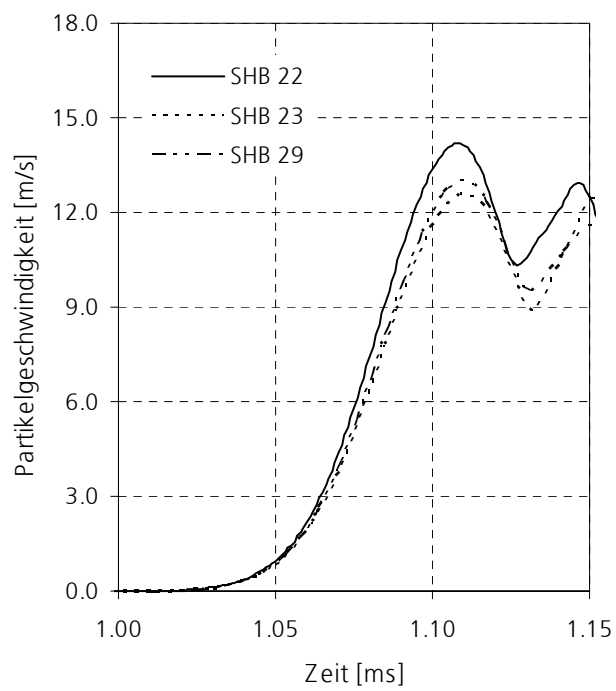
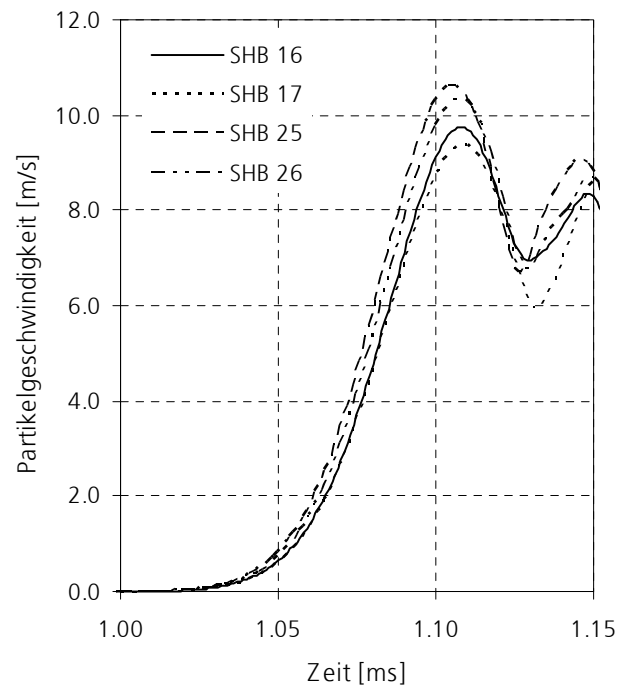
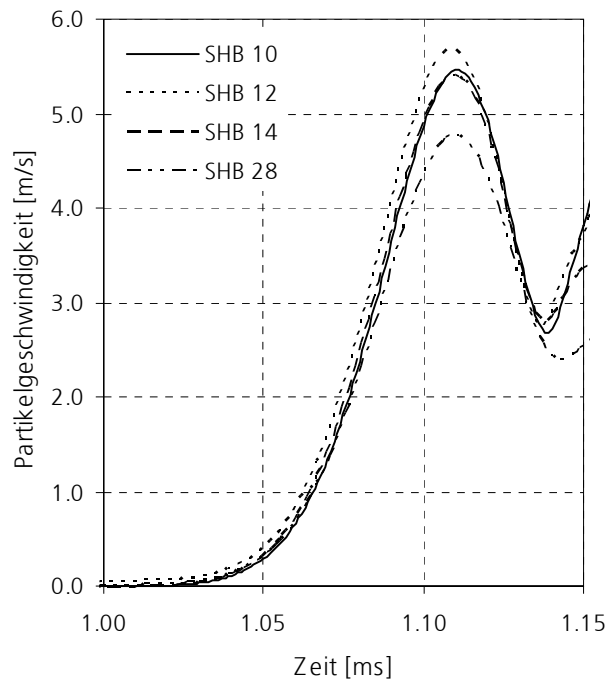


Abbildung 11.3: Partikelgeschwindigkeiten am Probenende für die Belastungsstufen 1, 2 und 3

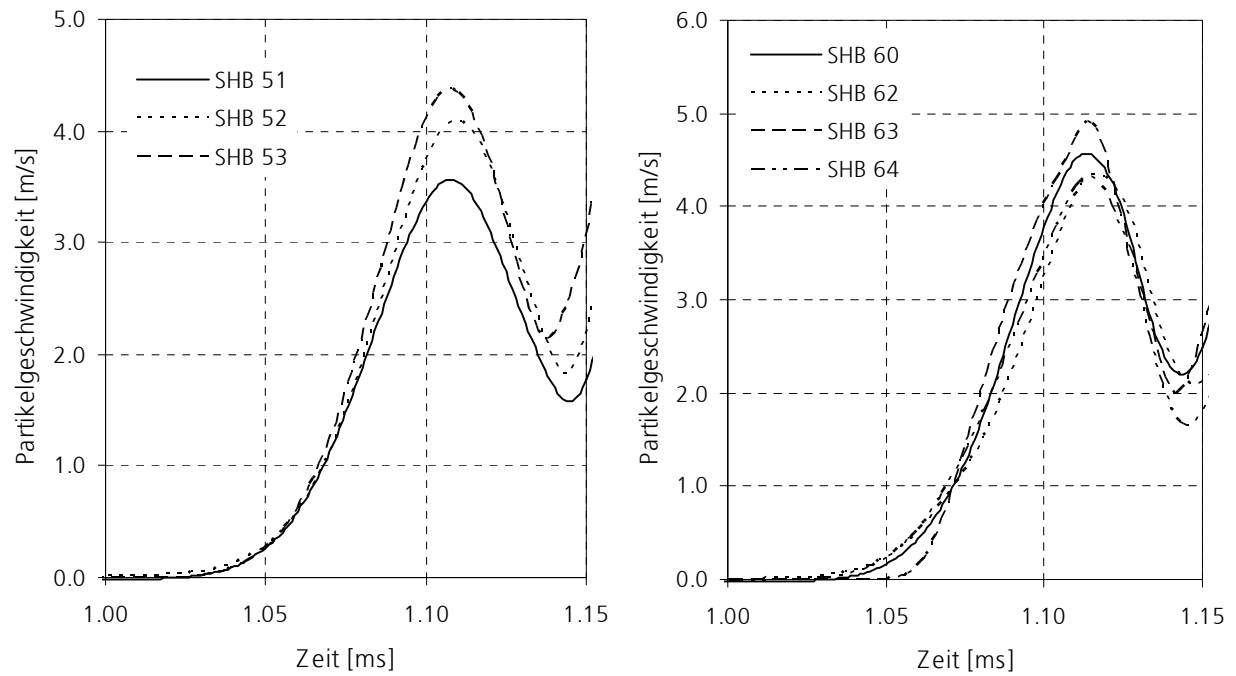


Abbildung 11.4: Partikelgeschwindigkeiten am Probenende bei angeklebten und angelegten gekerbten Proben

11.2 Messung der Dehnung zu Abschnitt 6.2

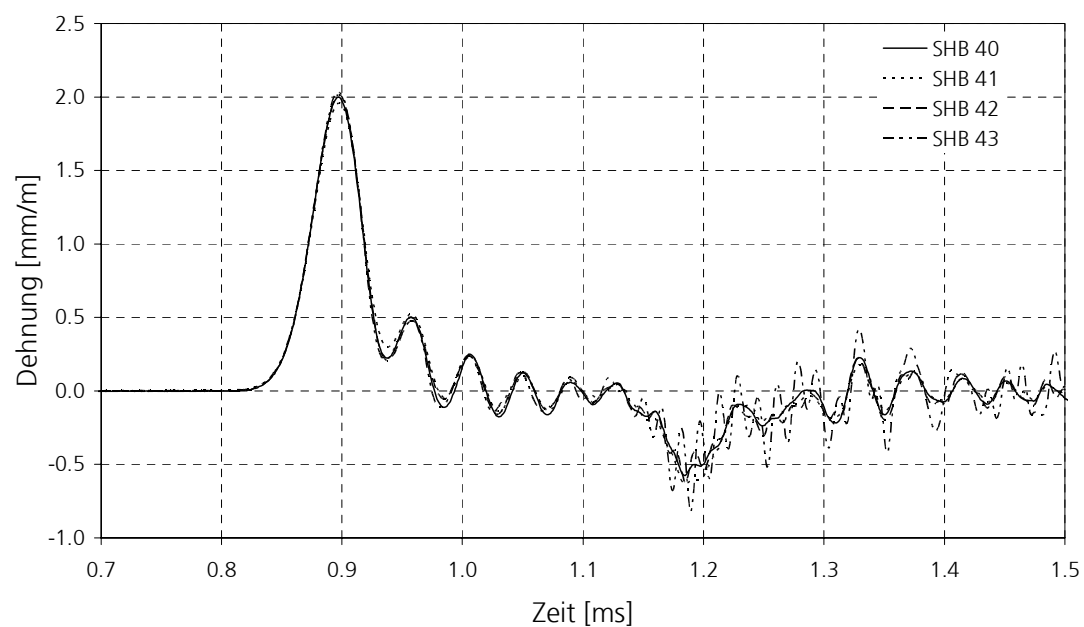
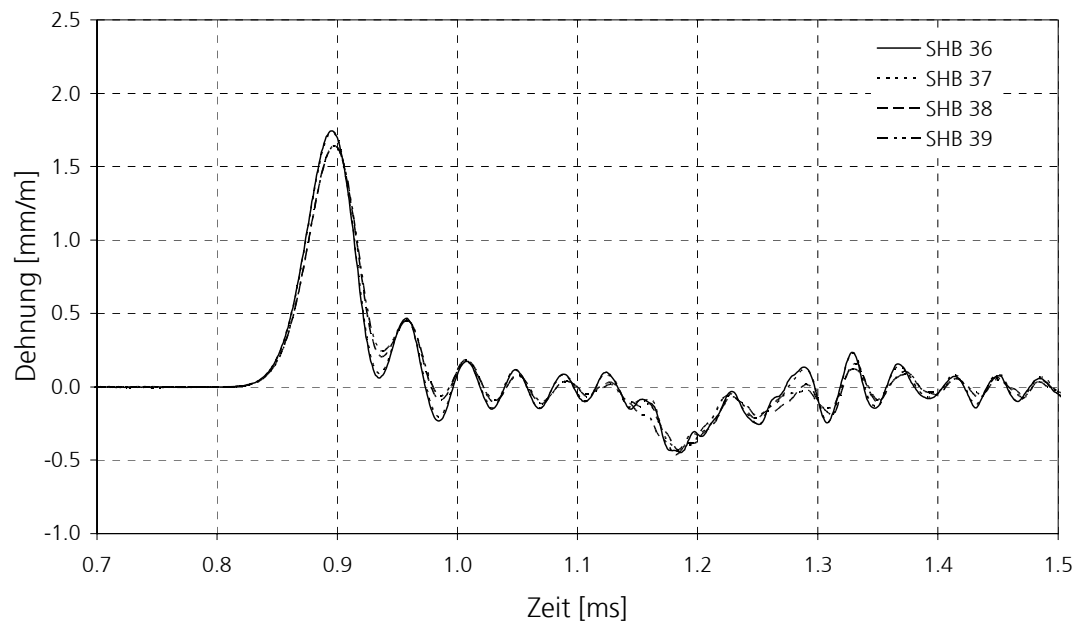


Abbildung 11.5: Dehnungen am DMS 4 für die Belastungsstufen 4 und 5

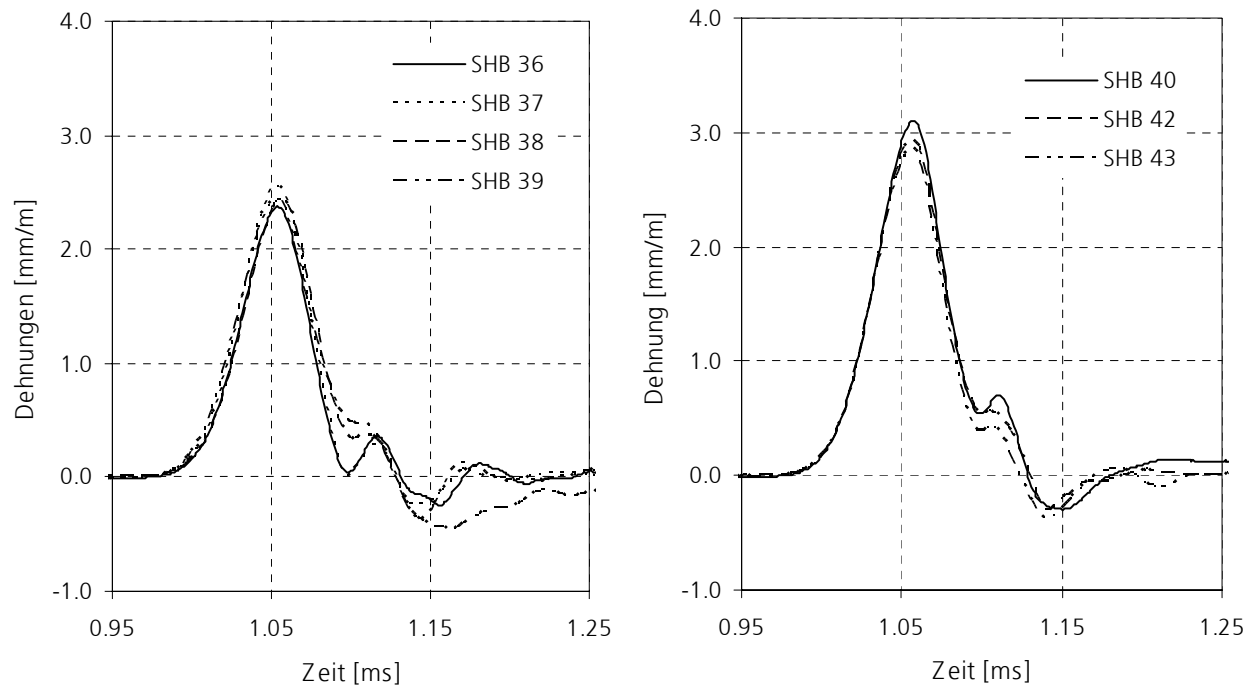


Abbildung 11.6: Dehnungen in der Betonprobe für die Belastungsstufen 4 und 5

11.3 Optische Auswertung der Bruchfläche zu Abschnitt 5.2.7

Mikroskopische Untersuchung der Risse entlang des Umfangs

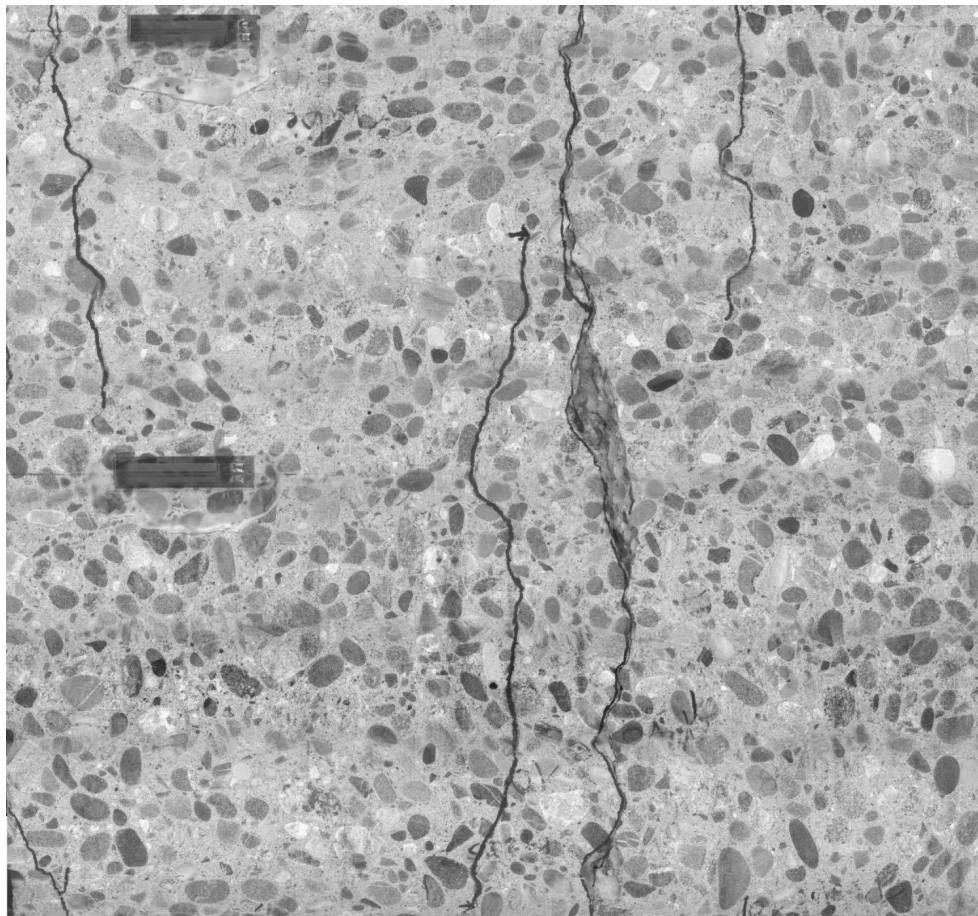


Abbildung 11.7: Aufzeichnung der Risse um die Probe für Versuch SHB 10

Tabelle 11.1: Addition der Risse an der primären und sekundären Bruchstelle für Versuch SHB 10

Riss	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Umfang
primär	25.5	1.1	17.3	5.5	2.6	8.7	2.3	1.4	64.4	23.3
sekundär	in der Klebefuge gerissen									

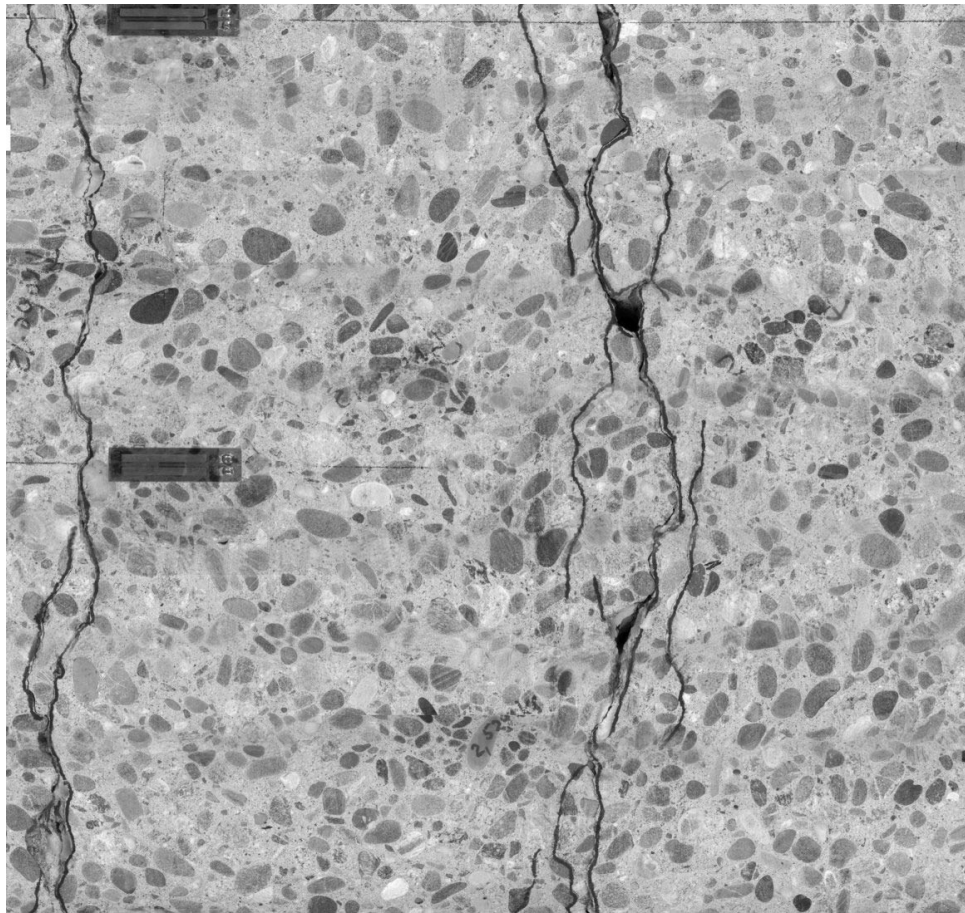


Abbildung 11.8: Aufzeichnung der Risse um die Probe für Versuch SHB 12

Tabelle 11.2: Addition der Risse an der primären und sekundären Bruchstelle für SHB 12

Riss	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Umfang
primär	24.7	7.3	4.7	8.6	8.8	1.2	1.8	4.7	61.9	23.3
sekundär	24.4	2.4	5.8	4.0	-	-	-	-	36.6	23.3

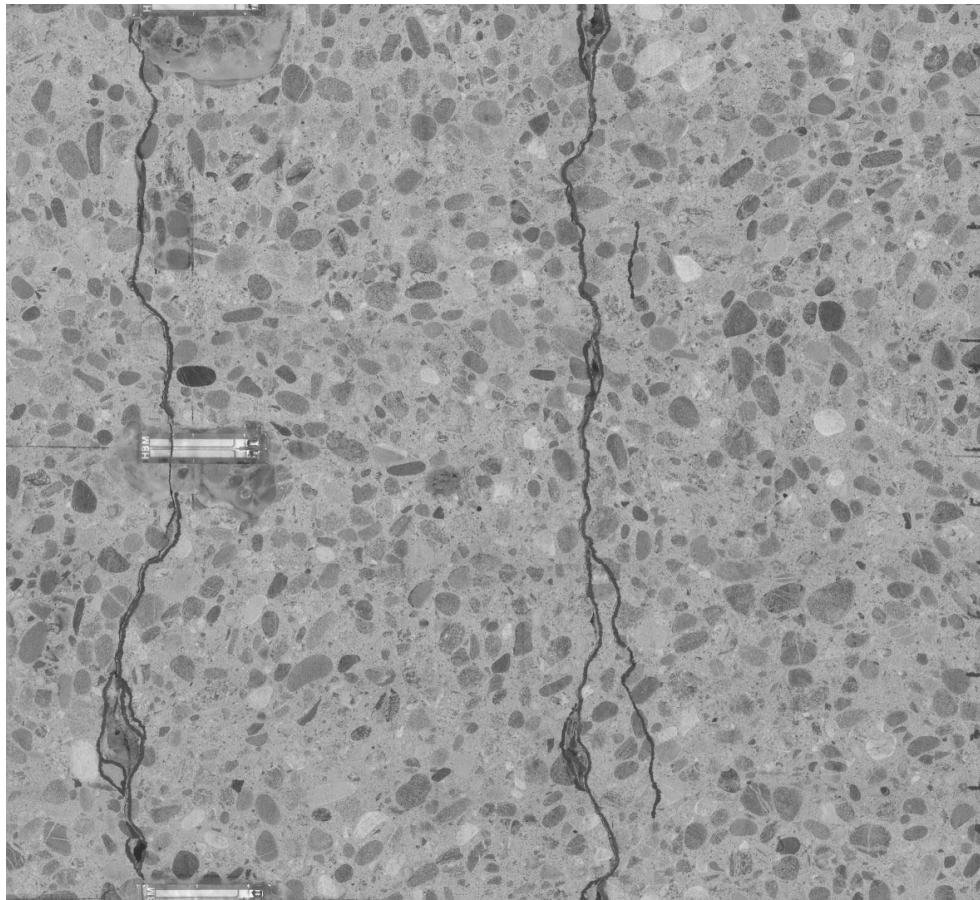


Abbildung 11.9: Aufzeichnung der Risse um die Probe für Versuch SHB 14

Tabelle 11.3: Addition der Risse an der primären und sekundären Bruchstelle für SHB 14

Riss	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Umfang
primär	25.5	7.6	2.0	2.8	1.8	3.0	-	-	42.7	23.3
sekundär	24.8	4.4	0.8	-	-	-	-	-	30.0	23.3

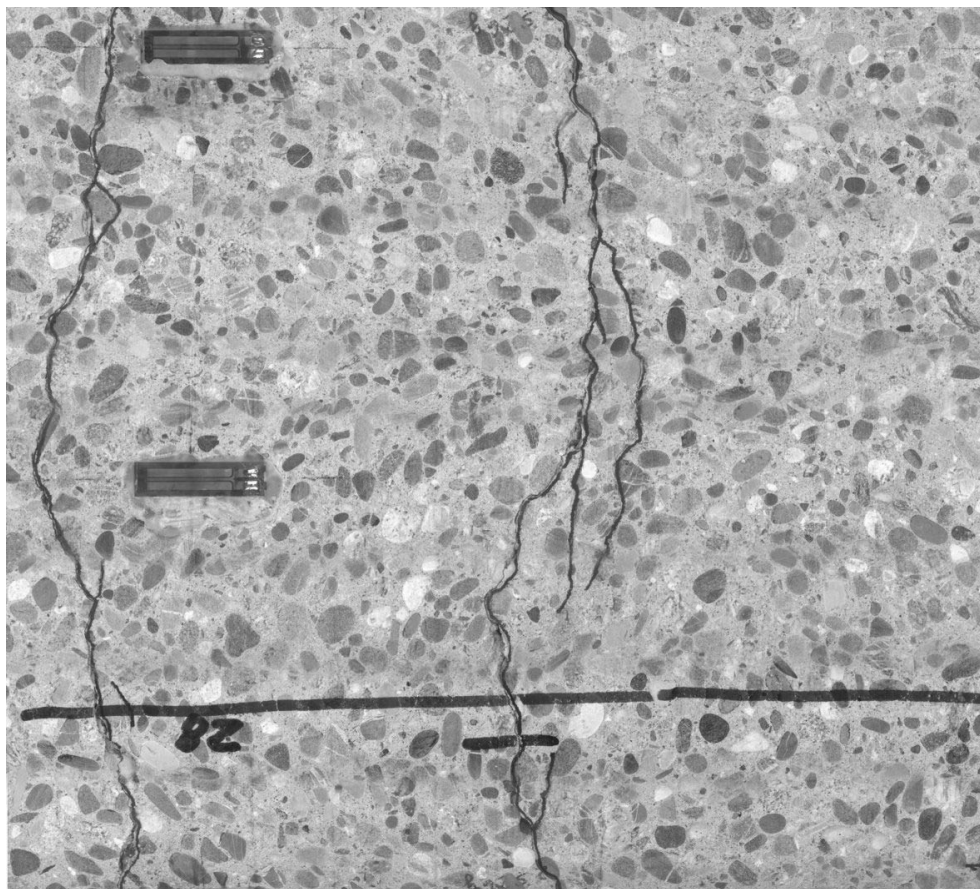
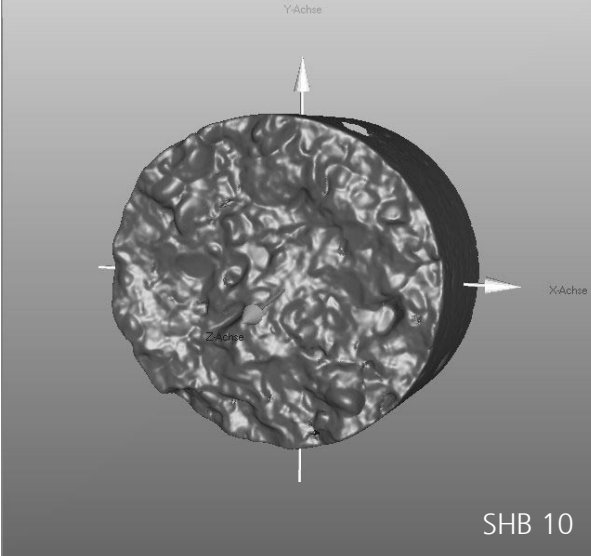
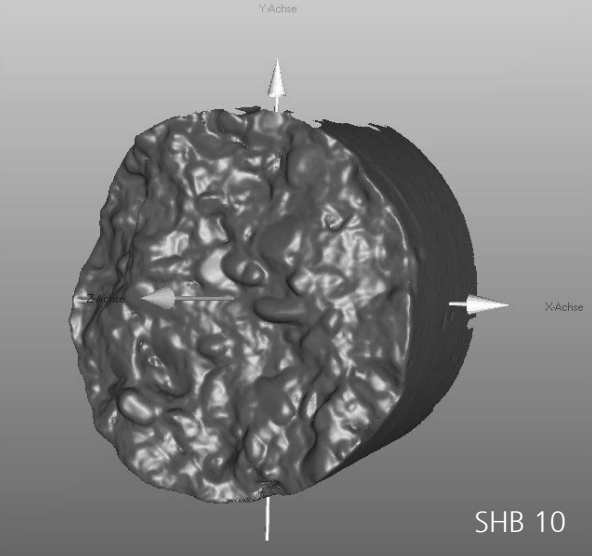
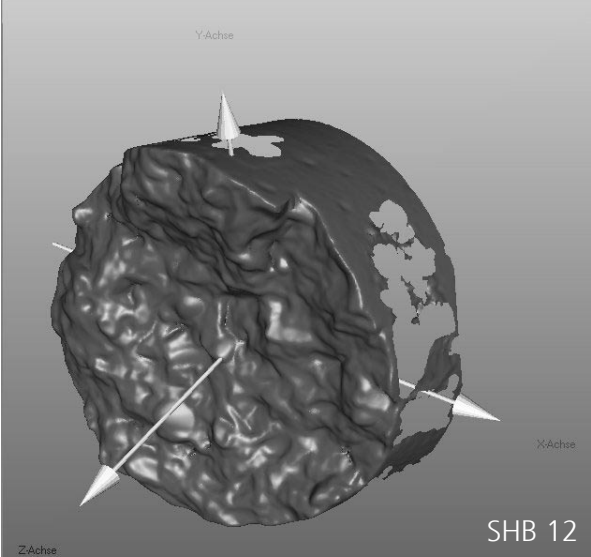
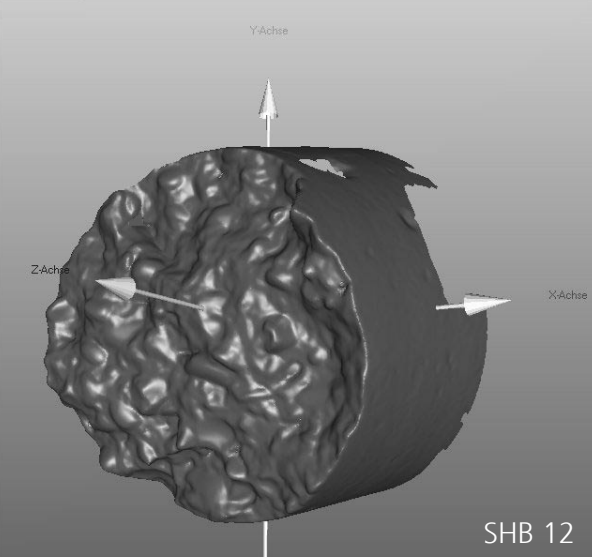


Abbildung 11.10: Aufzeichnung der Risse um die Probe für Versuch SHB 28

Tabelle 11.4: Addition der Risse an der primären und sekundären Bruchstelle für SHB 28

Riss	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Umfang
primär	25.3	2.2	4.5	10.4	0.8	2.9	-	-	46.1	23.3
sekundär	25.0	2.5	1.2	1.4	-	-	-	-	30.1	23.3

3D-Scannung zur Messung der sichtbaren Hügelfläche

	
triangulierte Dreiecke: 379.201	triangulierte Dreiecke: 374.016
$A_{3D} / A = 1.175$	$A_{3D} / A = 1.192$
	
triangulierte Dreiecke: 348.020	triangulierte Dreiecke: 370.876
$A_{3D} / A = 1.229$	$A_{3D} / A = 1.233$

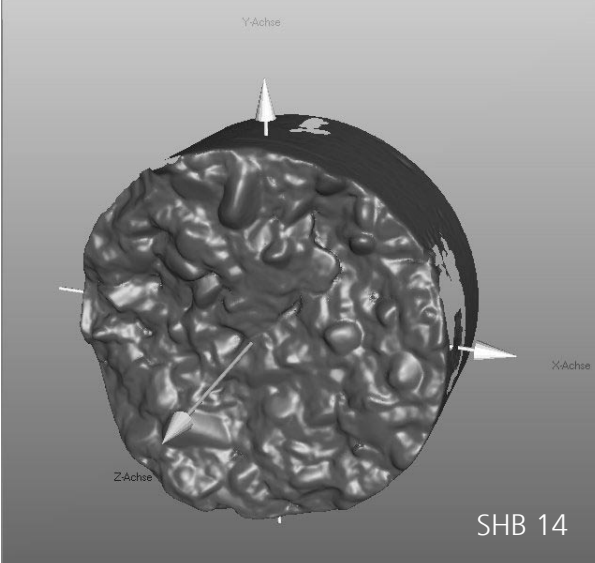
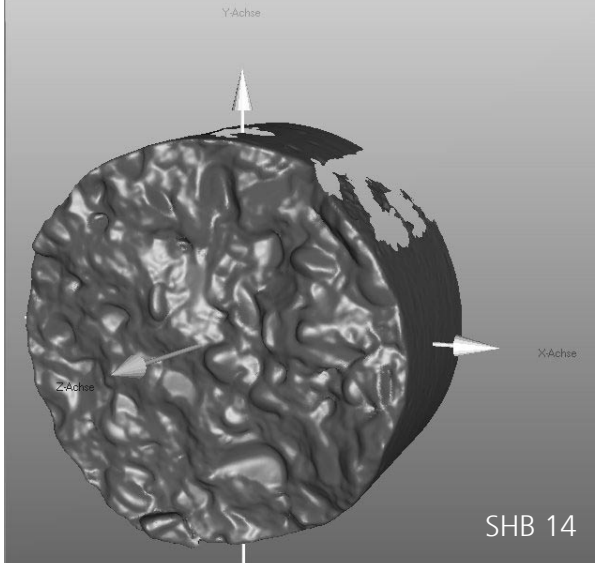
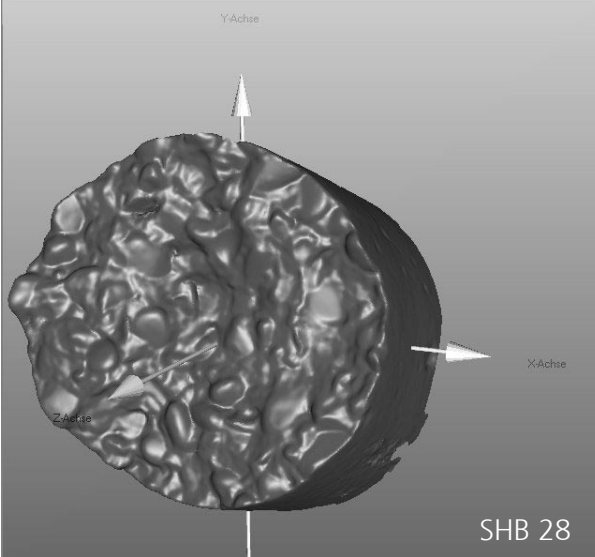
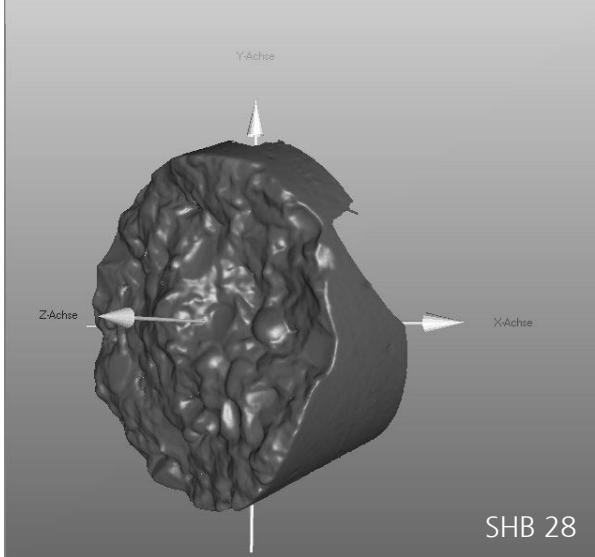
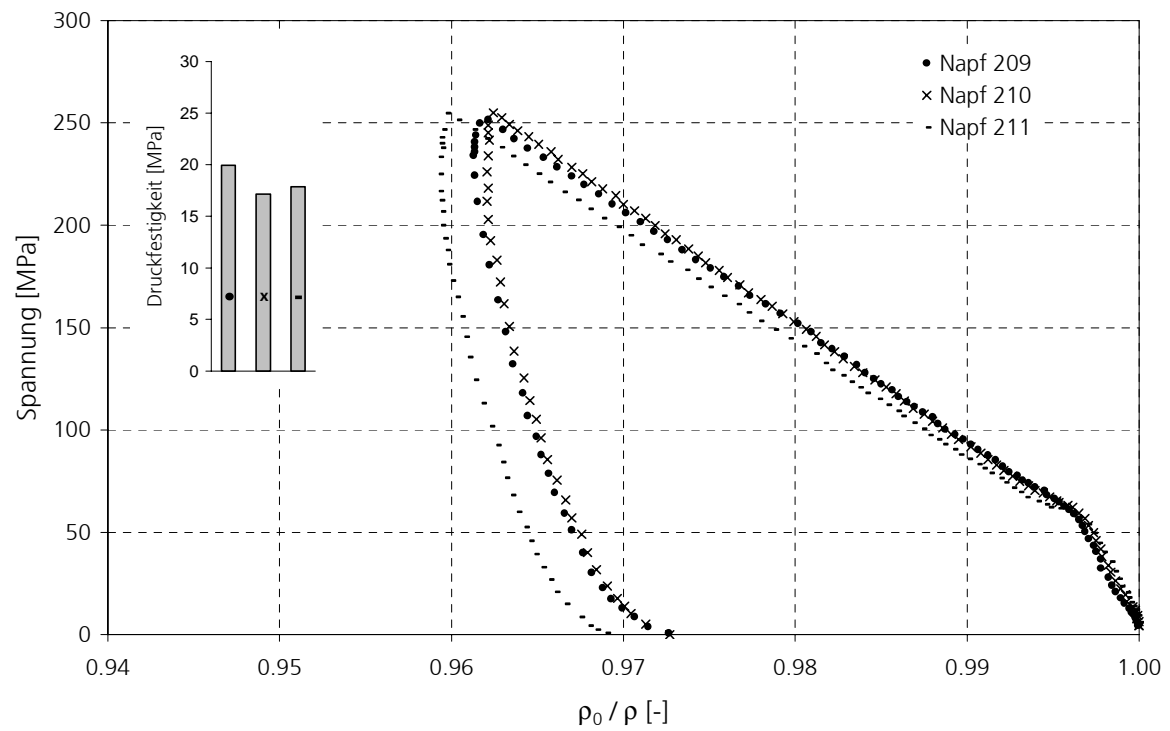
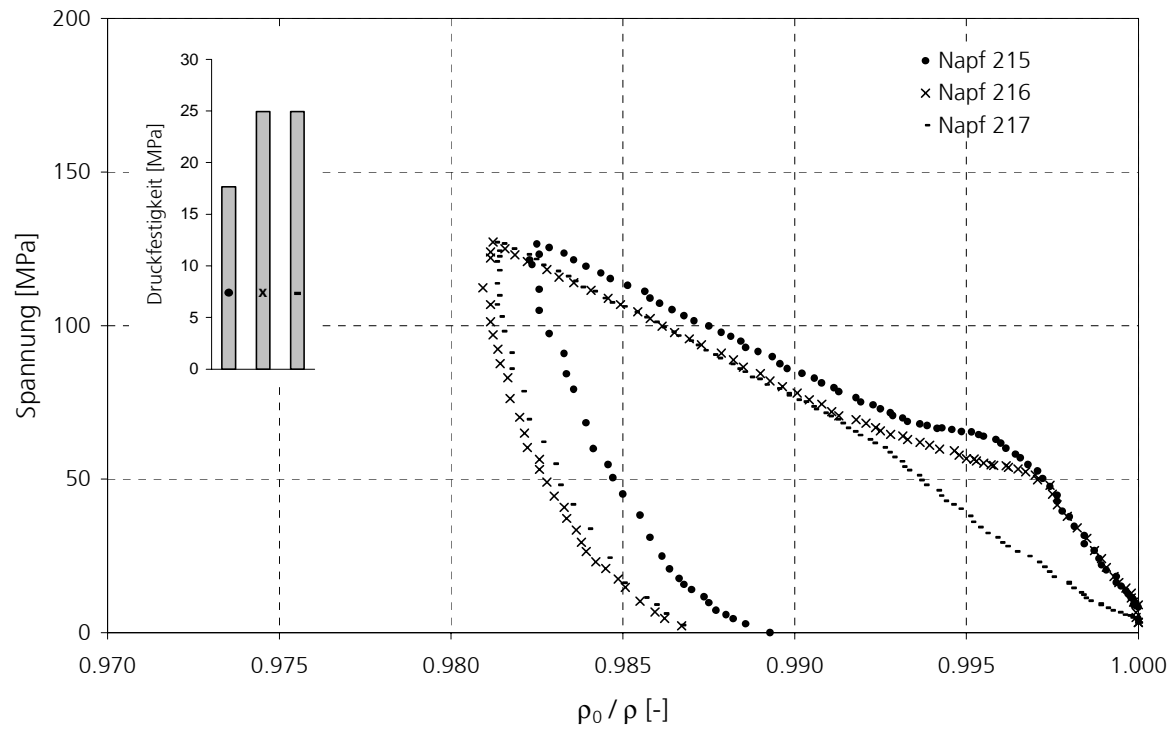
	
triangulierte Dreiecke: 352.536	triangulierte Dreiecke: 347.638
$A_{3D} / A = 1.166$	$A_{3D} / A = 1.164$
	
triangulierte Dreiecke: 353.375	triangulierte Dreiecke: 364.390
$A_{3D} / A = 1.227$	$A_{3D} / A = 1.217$

Abbildung 11.11: 3D – Darstellung der sichtbaren Bruchfläche zweiter in einander passender Bruchstücke mit Angabe des Verhältnisses der Hügelfläche A_{3D} zur Querschnittsfläche A_0

11.4 Restfestigkeit nach Kompression zu Abschnitt 6.1



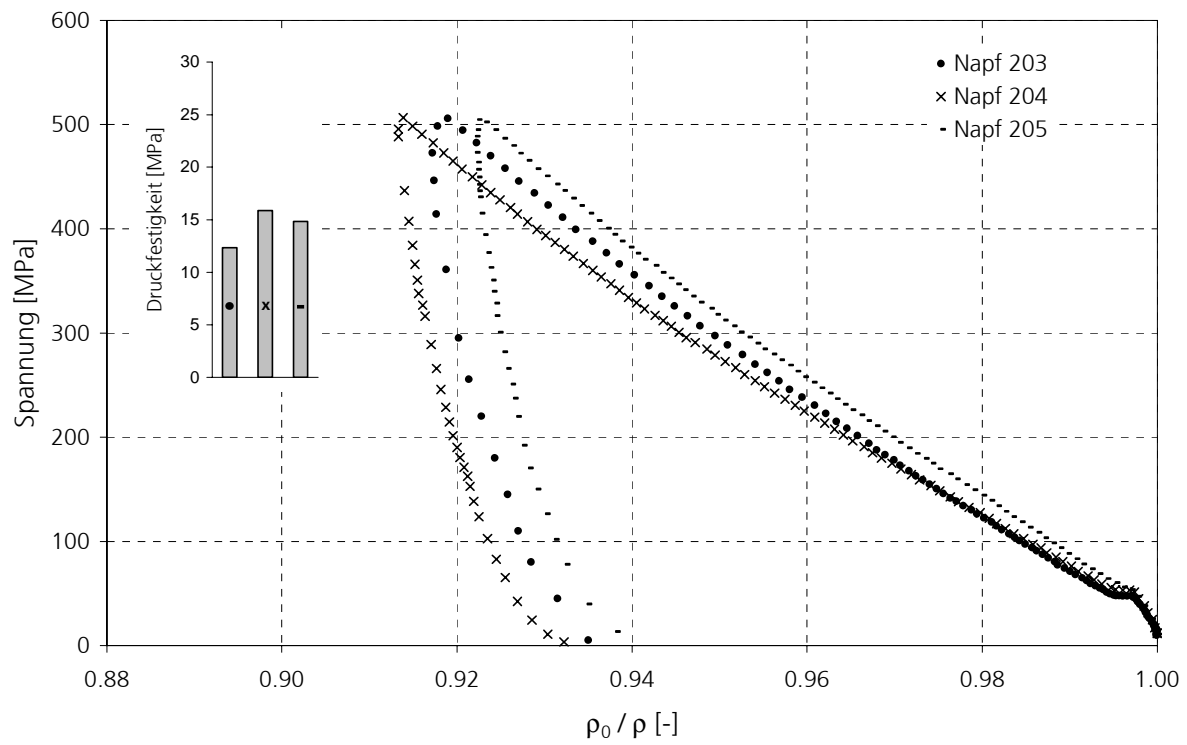
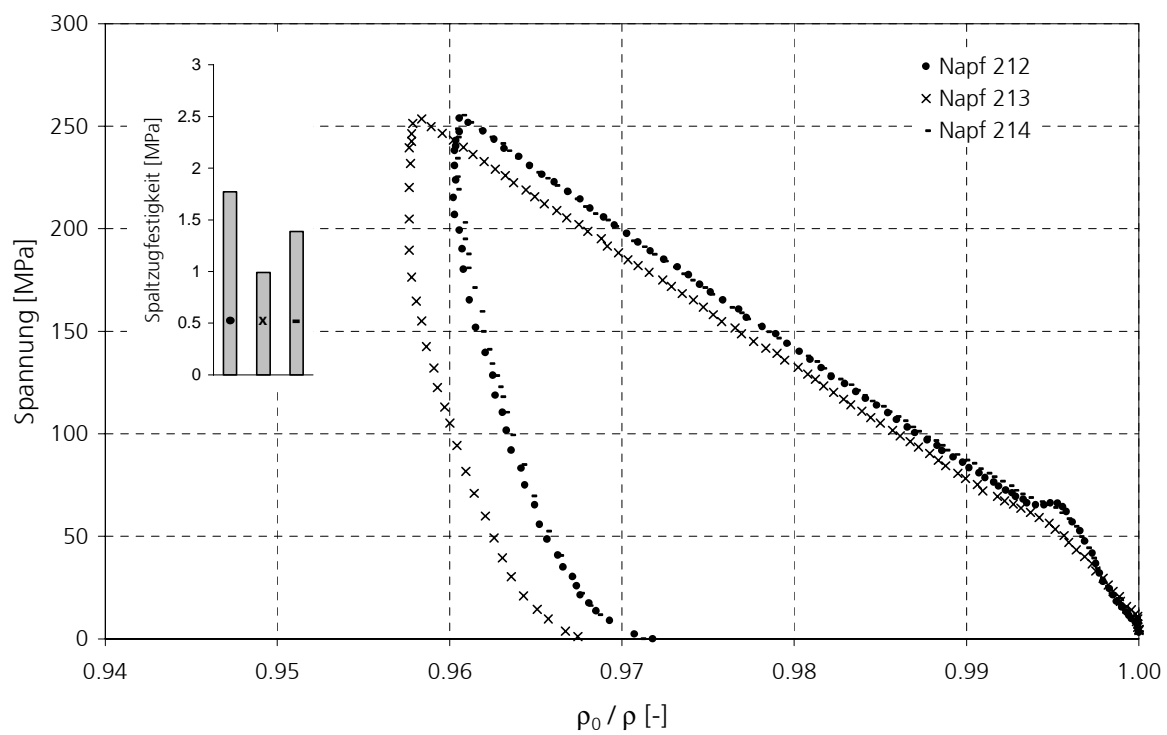
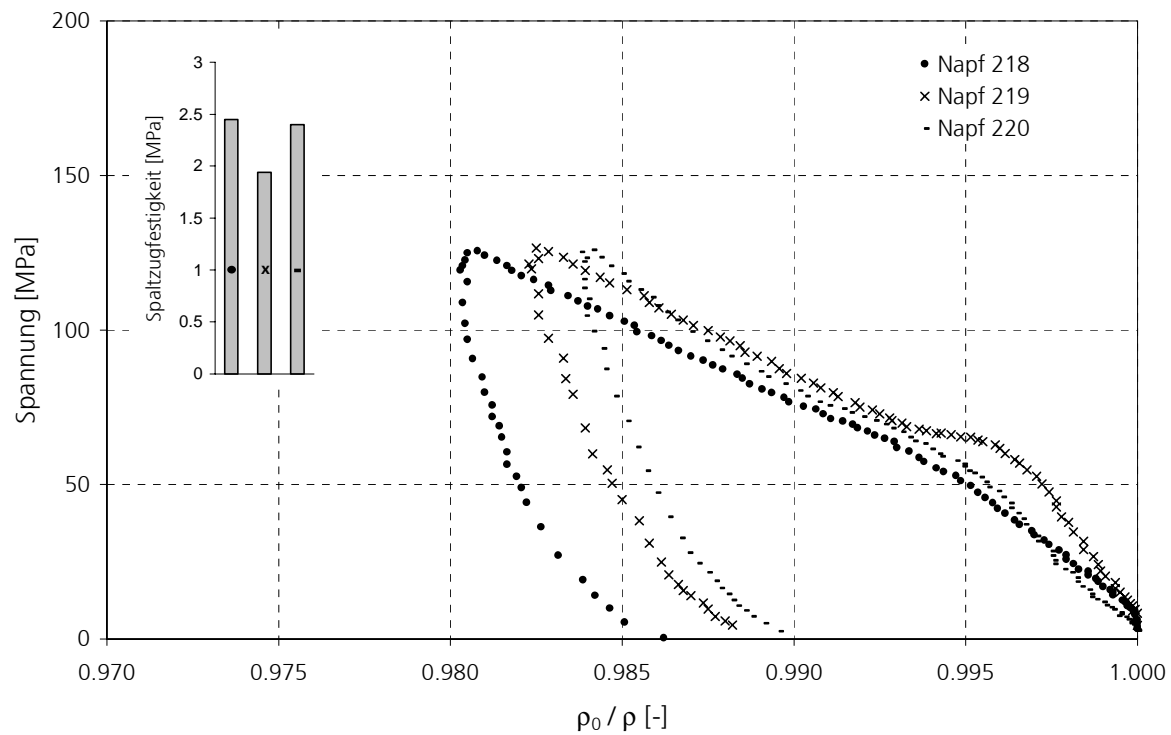


Abbildung 11.12: Axialspannungs-Dichte-Beziehung beim verdämmten Druckversuch und dazugehörige Restdruckfestigkeit für drei verschiedene Stufen der Vorschädigungen: 126.2 MPa, 252.3 MPa, 504.7 MPa



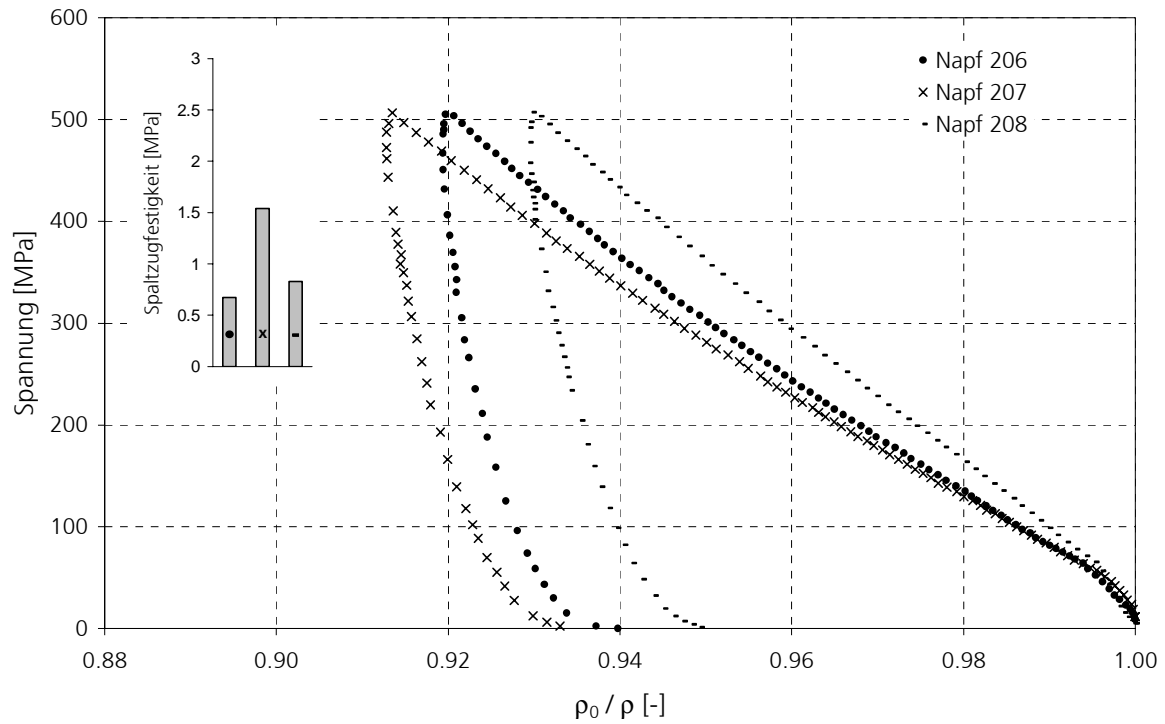


Abbildung 11.13: Axialspannungs-Dichte-Beziehung beim verdämmten Druckversuch und dazugehörige Restspaltzugfestigkeit für drei verschiedene Stufen der Vorschädigungen: 126.2 MPa, 252.3 MPa, 504.7 MPa

12 Literatur

- [1] **ANDERSON C.E., POPELAR C.H., NAGY A., WALKER D.J.:** A novel method for determining dynamic fracture toughness, CP505, Shock Compression of Condensed Matter, 1999
- [2] **ANDERSON, C.E.:** An Overview of the Theory of Hydrocodes, *Pergamon Journals Ltd.*, 33-59, 1987
- [3] **ARNOLD W.:** Dynamisches Werkstoffverhalten von Armco-Eisen bei Stoßwellenbelastung, *VDI-Forschungsberichte Reihe 5*, Nr. 247, 1992
- [4] **BACHMANN H.:** Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton bei schneller Zugbeanspruchung, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 19, 1993
- [5] **BANCROFT D.:** The Velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars, *Physical Review*, Vol. 59, pp. 588-593, 1941
- [6] **BATHE K.J.:** Finite Element Procedures, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995
- [7] **BAZANT Z.P., PIAUDIER-CABOT G.:** Nonlocal damage, localization, instability and convergence, *J. Appl. Mech.*, 55, pp. 287-293
- [8] **BAZANT Z.P., PLANAS J.:** Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials, New Directions Civil Engineering, Boca Raton – Boston – London – New York: CRC Press, 1998
- [9] **BERENDT/WEIMAR:** Mathematik für Physiker, Funktionentheorie, gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, Band 2, VCH, Weinheim, 1990
- [10] **BETTEN J.:** Kontinuumsmechanik, Springer Verlag, Berlin, 1993
- [11] **BIERWIRTH S.:** Verfahren zur Bestimmung dynamischer Zugbruchparameter von Hochleistungskeramik, *VDI-Forschungsberichte Reihe 18*, Nr. 148, 1993
- [12] **BIRKIMER D. L., LINDEMANN R.:** Dynamic Tensile Strength of Concrete Materials. *Supplement to Title 68-8 ACI Journal*, Jan. 1971, Detroit: ACI Publication 1971

- [13] **BISCHOFF P.H., PERRY S.H.:** Compressive behaviour of concrete at high strain rates, *Materials and Structures*, Vol. 24, S. 425-450
- [14] **BORST R. DE, GIESSEN E. VAN DER.:** *Material Instabilities in Solids*, John Wiley & Sons, 1998
- [15] **BORST R. DE, MÜHLHAUS H.B., PAMIN J.:** Fundamental issue in finite element analyses of localization of deformation, *Engineering Computation*, vol. 10, pp. 99-121, 1993
- [16] **BORST R. DE, MÜHLHAUS H.B.:** Continuum models for discontinuous media, *Proceeding of the International RILEM/ESIS Conference: Fracture Process in Concrete, Rock and Ceramics* vol. II, held at Noordwijk, The Netherlands. Ed. by J.G.M. van Mier et al., Chapman & Hall pp. 601-618
- [17] **BORST R. DE, MÜHLHAUS H.B.:** Gradient-dependent plasticity: Formulation and algorithmic aspects, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 35, pp. 521-539
- [18] **BRONSTEIN I.N., SEMENDJAJEW K.A.:** *Taschenbuch der Mathematik*, BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 1983
- [19] **CAROL I., RIZZI E., WILLAM K.:** On the formulation of isotropic and anisotropic damage, *Proc. of the EURO-C 1998 Conference on modelling of concrete structures*, S 183-192
- [20] **CARPINTERI A.:** *Mechanical damage and crack growth in concrete, Plastic collapse to brittle fracture*, Martinus Nijhoff Publishers, 1986
- [21] **CHEN W.F., HAN D.J.:** *Plasticity for Structural Engineers*, Springer Verlag, New York, 1988
- [22] **CHEN W.F., ZHANG H.:** *Structural Plasticity*, Springer Verlag, New York, 1991
- [23] **CHEN W.F.:** *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw Hill, New York, 1982
- [24] **CHREE C.:** The Equation of an Isotropic Elastic Solid in Polar and Cylinder Coordinates, their Solution and Application, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 14, pp. 250-369, 1889
- [25] **CLEGG R.:** *Material Models for Concrete in Hydrocodes, A Review of the State of the Art*, Bericht von Century Dynamics Ltd an Universität der Bundeswehr München, Prof. Dr. D. Kraus, Horsham, UK, Juni 1996

- [26] **CURBACH M.:** Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 1, 1987
- [27] **DAIMARUYA M., KOBAYASHI H.:** Measurements of impact tensile strength of concrete and mortar using reflected tensile waves, *J. Phys. IV France* 10, 173-178, 2000
- [28] **DAVIES R.M.:** A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar, *Philosophical Transaction of the Royal Society of London, Series A*, Vol.240, No.821, pp. 375-457, 1948
- [29] **DUGDALE J.S., MACDONALD D.:** The Thermal Expansion of Solids, *Physics Revues*, Vol. 89, S. 832-834, 1953
- [30] **EIBL J. (Chairman):** Concrete structures under Impact and Impulsive Loading, CEB- Bulletin d'Information No. 187, Aug. 1988
- [31] **EIBL J. (Chairman):** Concrete under multiaxial states of stress, constitutive equation for practical design, CEB- Bulletin d'Information No. 156, Prague, Oct. 1983
- [32] **EIBL J.:** (Schriftenleitung): Betonkalender Teil I und Teil II, Ernst & Sohn, Berlin, 1999
- [33] **EIBL J.:** Ein neuer Ansatz für ein Stoffgesetz zur Bestimmung großer Dehngeschwindigkeiten bei Zugbeanspruchtem Beton, Waubke-Festschrift, BMI 9/96, Schriftenreihe des Instituts für Baustofflehre und Materialprüfung der Universität Innsbruck
- [34] **FOLLANSBEE P.S.:** High Strain Rate Compression Testing, Los Alamos National Laboratory
- [35] **GALVEZ F., RODRIGUEZ J., SANCHEZ G.:** A wave propagation technique to measure the dynamic tensile strength of brittle materials, *J. Phys. IV France* 10, 203-208, 2000
- [36] **GEBBEKEN N.:** Simulationsmodelle für Tragwerke unter Explosion, In: Meskouris (Hrsg.): Tagungsband Baustatik-Baupraxis 7, Rotterdam, Balkema, 1999, S. 431-438
- [37] **GÖDDE, P.:** Rechnerische Untersuchung zur Betonfestigkeit unter hoher Belastungsgeschwindigkeit, Dissertation, Dortmund 1986

- [38] **GONG J.C., MALVERN L.E., JENKINS D.A.:** Dispersion Investigation in the Split Hopkinson Pressure Bar, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol.112, pp. 309-314, 1990
- [39] **GRADY, D.E.:** Shock equation of state properties of concrete, 4th Intern. Conf. "Structures under Shock and Impact IV", Udine, Juli 1996
- [40] **GRAN, J.K., GUPTA, Y.M.:** An Experimental Method to Study the dynamic Tensile Fracture of Brittle Geologic Materials, *Mechanics of Materials* 6 (1987) 113-125
- [41] **GRAN, J.K., SEAMAN, L.:** Strain-Softening Calculation for Concrete in dynamic Uniaxial Tension, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 114, No. 11, Nov. 1988
- [42] **GROSS D.:** Bruchmechanik, Springer Verlag, Berlin, 1996
- [43] **GROTE, D.L., PARK, S.W., ZHOU, M.:** Dynamic behaviour of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization, *Int. Journal of Impact Engineering* 25, pp869-886, 2001
- [44] **GROTE, D.L., PARK, S.W., ZHOU, M.:** Dynamic behaviour of concrete at high strain rates and pressures: II. numerical simulation, *Int. Journal of Impact Engineering* 25, 887-910, 2001
- [45] **GUO Z., WANG C.:** Experimentelle Untersuchungen der Bruchkriterien von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung, Fakultät für Bauingenieurwesen, Tsinghua University, 1990
- [46] **HANCHAK S.J., FORRESTAL M.J.:** Perforation of concrete slabs with 48 MPa (7 ksi) and 140 MPa (20 ksi) unconfined compressive strengths, *International Journal of Impact Engineering*, Vol.12, No. 1, 1992, S. 1-7
- [47] **HEIDER N., SCHULER H.:** Experimentelle Untersuchung der Wirkung eines Tandem Gefechtskopfes, Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Bericht 6/02
- [48] **HELD, M.:** Grundsätze zur Konstruktion und Leistung von Hohlladungen, *Nobel Hefte*, Januar-März 1991
- [49] **HERRMANN W.:** Constitutive Equation for the Dynamic Compaction of Ductile Porous Materials, *Journal of Applied Physics*, Vol. 40, No. 6, 1969, S. 2490-2499
- [50] **HIERMAIER S., RIEDEL W.:** Numerical Simulation of Failure in Brittle Materials using Smooth Particle Hydrodynamics In: Cameron I.G. (Hrsg.),

Proc. International Workshop on New Models and Numerical Codes for Shock Wave Processes in Condensed Media, St. Catherine's College, Oxford, Uk, 15-19 Sept. 1997, S. 505-518

- [51] **HIERMAIER S.:** Numerik und Werkstoffdynamik der Crash- und Impaktvorgänge, Mitteilungen des Instituts für Mechanik und Statik, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Habilitation, 2002
- [52] **HIERMAIER S.:** Numerische Simulation von Impaktvorgängen mit einer netzfreien Lagrangemethode (Smooth Particle Hydrodynamics), Mitteilungen des Instituts für Mechanik und Statik, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Dissertation, 1996
- [53] **HOFSTETTER G., MANG H.A.:** Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures, Fundamentals and Advances in the Engineering Sciences, Vieweg, Wiesbaden, 1995
- [54] **HOLMQUIST T.J., DOUGLAS T.W., KRISHAN B.D.:** Constitutive modeling of aluminium nitride for large strain, high-strain rate, and high-pressure applications, *International Journal of Impact Engineering* 25, 2001, S. 211-231
- [55] **HOLMQUIST T.J., JOHNSON G.R., COOK W.H.:** A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures, Proc. 14th International Symposium on Ballistics, Québec, 1993, S. 591-600
- [56] **HOPKINSON B.:** A method of measuring the pressure produced in the detonation of high explosives or by the impact of bullets, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, Vol.213, No.10, 1914, pp. 437-456
- [57] **HSIEH, S.S., TING E.C., CHEN W.F.:** A Plasticity-Fracture Model for Concrete, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 18(3), 181-197
- [58] **JIRASEK M.:** Numerical Modelling of Deformation and Failure of Materials, Short course taught at Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 3-7 May 1999
- [59] **JOHNSON W.:** Impact Strength of Materials, Edward Arnold, London, 1972

- [60] **JUNGINGER, M.:** Charakterisierung und Modellierung unverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen, Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Bericht 6/00, Dissertation
- [61] **KLEINSCHNITGER K., SCHMOLINSKE E.:** Ergebnisprotokoll zu Beschussversuchen mit Hohlladungen und KE-Penetratoren, Ernst-Mach-Institut, Efringen-Kirchen, EMI-Bericht 1/95
- [62] **KLEPACZKO J.R., BRARA A.:** An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling, *International Journal of Impact Engineering Vol. 25*, 2001, S. 387-409
- [63] **KLOMFASS, A., THOMA K.:** Ausgewählte Kapitel der Kurzzeitdynamik, Teil 2 – Die Hohlladung: Aufbau, Funktion, Berechnung und Wirkungsweise, Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Bericht 5/96
- [64] **KOLSKY, H.:** An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. *Proc Phys Soc* 1949, B62: 676-700
- [65] **KÖNKE C.:** Schädigungsverfahren zur Lebensdauerabschätzung von Tragwerken, Fakultät für Bauingenieurwesen, Ruhr-Universität Bochum, Habilitation, 1999
- [66] **KÖRMELING H.A., ZIELINSKI A.J., REINHARDT H.W.:** Experiments on concrete under single and repeated uniaxial impact tensile loading, Delft University of Technology, Report 5-80-3, Aug. 1981
- [67] **KRAJGINOVIC D., LEMAITRE J.:** Continuum Damage Mechanics, Theory and Applications, Springer - Verlag, Wien – New York, 1987
- [68] **KUHL E.:** Numerische Modelle für kohäsive Reibungsmaterialien, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, Dissertation, 2000
- [69] **LACH E.:** Aufbau und Darstellung einer Split-Hopkinson Pressure Bar-Anlage, Technischer Bericht RT 509/89, Deutsch-Französisches Forschungsinstitut Saint-Louis, 1989
- [70] **LAMBERT D.E., ROSS C.A.:** Strain rate effect on dynamic fracture and strength, *International Journal of Impact Engineering* 24, 985-998, 2000
- [71] **LANDMANN F.:** Dokumentation der Parameteruntersuchungen des Schädigungsverhaltens von Stahlbetonplatten unter Kontaktdetonationen, Zwischenbericht Wehrtechnische Dienststelle für Schutz- und Sondertechnik, Oberjettenberg 2001

- [72] **LANDMANN F.:** -Simulationsmodell bewehrter Beton (MF206)- Vergleich der Messmethoden bei Ermittlung von EOS-Daten von Beton mit Hilfe der KMW-Aufnehmer und durch Flyer Plate Impact, Kurzbericht Wehrtechnische Dienststelle für Schutz- und Sondertechnik, Oberjettenberg 2000
- [73] **LEMAITRE J.:** A Course on Damage Mechanics, Springer Verlag. Berlin, 1992
- [74] **LINDHOLM U.S.:** Some Experiments with the Split Hopkinson Pressure Bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 12, 1964, pp. 317-335
- [75] **LOVE A.E.H.:** A treatise on the mathematical theory of elasticity, *New York: Dover Publications*, 1944
- [76] **MALVAR L.J., CRAWFORD J.E., WESEVICH J.W., SIMONS D.:** A Plasticity Concrete Material Model for DYNA3D, *International Journal of Impact Engineering Vol. 19*, Nos. 9-10, 1997, S. 847-873
- [77] **MALVERN L.E.:** Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice Hall, New Jersey, 1969
- [78] **MAYRHOFFER CHR., BRUGGER W.:** Interaktion zwischen Druckwelle und Kunststoffbeton. Projekt-Nr. 107054, EMI-Bericht E41/99, Ernst-Mach-Institut Efringen-Kirchen, Juli 1999
- [79] **McVAY M.K.:** Spall Damage of Concrete Structures, Technical Report No.SL-88-22, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, June 1988
- [80] **MEYERS M.A.:** Dynamic Behaviour of Materials, John Wiley & Sons, 1994
- [81] **MURAKAMI S.:** Mechanical modelling of material damage, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, vol. 55, pp. 280-286, 1988
- [82] **MURAKAMI, Y:** Stress Intensity Factors Handbook, Pergamon Press 1987
- [83] **N.N.:** AUTODYN Theory Manual.: Century Dynamics Ltd. Horsham, England, 1997
- [84] **NEEDLEMAN A.:** Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 67, pp. 69-85, 1988

- [85] **OCKERT J.:** Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in Beton, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 30, Diss. 1993
- [86] **OTTOSON, N.S.:** A Failure Criterion for Concrete, *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 103(1), 527-535, 1977
- [87] **PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z.P.:** Nonlocal damage theory, *J. Eng. Mech.*, 113, pp. 1512-1533
- [88] **POCHHAMMER L.:** Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiszylinder, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, Vol. 81, pp. 324-336, 1876
- [89] **POLANCO-LORIA M.:** Numerical Modelling of Plain and Reinforced Concrete by Damage Mechanics, Norwegian University of Science and Technology, Dissertation, 1997
- [90] **PÖLLING R.:** Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2001
- [91] **RIEDEL W.:** Beton unter dynamischen Lasten, Meso- und makro-mechanische Modelle und ihre Parameter, Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Bericht E06/00 (Dissertation)
- [92] **RILEM 1985-TC 50-FMC:** Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams, RILEM Recommendation, Materials and Structures, vol. 18, no. 106
- [93] **RINEHART J.S.:** Stress Transients in Solids, Department of Mechanical Engineering, University of Colorado, Santa Fe, New Mexico, 1975
- [94] **ROHR I.:** Integrale Charakterisierung und Modellierung von duktilem Stahl unter dynamischen Lasten, Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Bericht E09/03 (Dissertation)
- [95] **ROSS A., THOMPSON P. Y., TEDESCO J. W.:** Split-Hopkinson Pressure-Bar Tests on Concrete and Mortar in Tension and Compression, *Supplement to Title 86-M43 ACI Materials Journal*, September-October 1989
- [96] **ROSS A.:** Split-Hopkinson Pressure Bar Tests, 1989

- [97] **ROTS J.G., BLAAUWENDRAAD J.:** Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared, Fixed, Multi-Directional or Rotating. *Heron* Vol. 34, No. 1, 1989, S. 3-59
- [98] **RÖTZER J.:** Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetontragwerken unter hohen Dehnungsgeschwindigkeiten und hohen Drücken, *Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau*, Heft 97/1, Universität der Bundeswehr München, Dissertation, 1997
- [99] **RUPPERT M., GEBBEKEN N.:** Material Formulations for Concrete, High Strain-Rates and High Pressures, Elasticity – Plasticity – Damage, *Proc. 9th Int. Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures (ISIEMS)*, Berlin-Strausberg (1999) 397-405
- [100] **RUPPERT M.:** Zur Simulation von hochdynamisch beanspruchten Betonstrukturen, *Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau*, Heft 00/4, Universität der Bundeswehr München, Dissertation, 2000
- [101] **SAUER, M.:** Adaptive Kopplung des netzfreien SPH-Verfahrens mit finiten Elementen zur Berechnung von Impaktvorgängen, *Bericht aus dem Konstruktiven Ingenieurbau*, Heft 00/5, Universität der Bundeswehr München, Dissertation, 2000
- [102] **SCHMIDT-HURTIERNE B., EIBL J.:** A new dynamic continuum damage constitutive law for concrete, application to split Hopkinson bar test data and concrete plate perforation experiments. *Workshop '99 on "Material Test Procedures in Support of Dynamic Material Modelling"*, FOA Defense Research Establishment, Märsta, Sweden 1999
- [103] **SCHMIDT-HURTIERNE B.:** Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einfluss des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung, *Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie*, Universität Karlsruhe, Heft 42, 2001
- [104] **SCHULER H., HEIDER N., HIERMAIER S., RIEDEL W., THOMA K.:** Simulation of dual stage warheads impact on concrete, *10th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures*, San Diego, 2001
- [105] **SCHULER H., MAYRHOFER C., Thoma K.:** Experimental determination of damage parameter and implementation into a new damage law, *11th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures*, Mannheim, 2003

- [106] **SCHULER H.:** Resttragfähigkeit von Baustrukturen - Teil 2, Ernst-Mach-Institut, Efringen-Kirchen, EMI-Bericht 28/02
- [107] **SHERIDAN A.J.:** Application of Concrete Triaxial Data to Hydrocodes. Working Paper MTC-91-WP-26, June 1991
- [108] **SIMONS, A.:** A Plasticity-based Material Model for plain Concrete, PVP-Vol. 351, Structures Under Extreme Loading Conditions, 1997
- [109] **SINHA, B.P., GERSTLE K.H., TULIN L.G.:** Stress-Strain Relations for Concrete Under Cyclic Loading. *ACI Journal* 61(2), S. 195-211
- [110] **SLUYS L.J.:** Wave propagation, localization and dispersion in softening solids, Delft University of Technology, Dissertation, 1992
- [111] **SMITH J.A., GLOVER T.A.:** Hopkinson Bar Simulation Using DYNA2D, Second Symposium on the Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures, Miracle Mile Resort, Panama City Beach, Florida, April 15.-19., 1985
- [112] **THOMA K., RIEDEL W. , NAHME H., LEXOW B., STRABBURGER E., SENF H.:** Shock Wave Phenomena in Concrete – Impact Tests and Mesomechanical Simulations. Proc. Transient Loading and Response of Structures, Int. Symposium honouring Mr. Arnfinn Jenssen, Trondheim, 25. bis 27. Mai 1998, S. 307-316
- [113] **THOMA K.:** Vorlesung „Waffen- und Munitionstechnik – Schockwellen in Festkörpern“ Universität der Bundeswehr Münschen – Ernst-Mach-Institut der Fraunhofer-Gesellschaft, 1996
- [114] **VAN MIER, J. G. M.:** Fracture of concrete under complex stress, Heron Vol. 31, Delft, 1986
- [115] **VAN MIER, J. G. M.:** Fracture Process of Concrete, CRC Press., 1997
- [116] **WEERHEIJM J.:** Concrete under Impact Tensile Loading and Lateral Compression, Delft University of Technology, Dissertation, 1992
- [117] **WILKINS M.L.:** Computer Simulation of Dynamic Phenomena, Springer Verlag, 1999
- [118] **WILLAM K.J., WARNKE E.P.:** Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete, International Association of Bridge and Structural Engineers, Seminar on Concrete Structure Subjected to Triaxial Stresses, IABSE Proc. 19, Italy, 1975

- [119] **WINKLER W.D.:** Wellendynamische Prozesse in Carbid- und Borid-Keramiken, Technische Universität München, Dissertation, 1996
- [120] **ZHENG S.:** Beton bei variierender Dehngeschwindigkeit untersucht mit einer neuen modifizierten Split-Hopkinson-Bar-Technik, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 27, 1996
- [121] **ZIELINSKI A.J.:** Fracture of Concrete and Mortar under Uniaxial Impact Tensile Loading, Delft University of Technology, Dissertation 1982
- [122] **ZUKAS J. A. (Editor):** High velocity impact dynamics, John Wiley & Sons. New-York, 1990

Index

- anisotrope Schädigung* 33
- Beschleunigungsaufnehmer (BA)* 65, 81
- Bruchenergie* 15, 37, 79, 86
- Bruchfläche* 101
- Bruchstücke* 92, 94, 97, 120
- Bruchstückgeschwindigkeit* 92, 95, 100, 138
- Bruchzähigkeit* 16
- Computertomographie (CT)* 103
- D'Alembert* 83
- Dehnrage* 3, 71, 72, 93, 96, 98
- Dehnungen* 84, 155
- Dehnungsmessstreifen (DMS)* 61, 63, 81
- Dehnungstensor* 30
- Dispersion* 73
- Drei-Punkt-Biegeversuch* 79
- Eingangs- und Ausgangsstab* 61
- elastische Wellen* 67
- E-Modul* 77, 84, 107
- Entfestigung* 36, 127
- Entwicklungsgesetz* 32, 126, 132
- Erhaltungsgleichungen* 24
- Evolutionsgesetz* 32
- Festigkeitssteigerung* 7, 12
- Fließgrenze* 31
- Fourier-Transformation* 74
- freie Oberflächengeschwindigkeit* 20, 86, 88, 135
- gekerbter Balken* 79
- gradientenerweiterte Kontinuumsmodelle* 40
- Haigh-Westergaard-Spannungsraum* 28
- Hohlladung* 140
- Hugoniot-Kurve* 17, 22
- hydrostatischer Druck* 126, 132, 133
- interne Länge* 38
- Invariante* 26, 27
- isotrope Schädigung* 33
- KE-Beschuss* 142
- Kerbe* 15, 35, 79, 98
- Kompression* 50, 112
- Kontakt-Detonation* 21, 147
- Lokalisierung* 35
- Maxwell-Element* 14
- mehrachsiges Beanspruchung* 11
- Mie-Grüneisen-Zustandsgleichung* 22
- Mikroriss* 33
- Mikroskop* 101
- Netzabhängigkeit* 35
- nichtlokale Integralkontinua* 39
- Objektivität* 35
- Partikelgeschwindigkeit* 20, 68, 86, 158
- Phasenverschiebung* 74, 75
- piezoelektrisch* 65
- piezoresistiv* 65
- Planar-Platten-Impakt* 19
- plastisches Potential* 32
- poröses Material* 50
- Prozesszone* 35, 91
- Pull-back-Geschwindigkeit* 85, 99
- P- α Zustandsgleichung* 49
- Regularisierung* 37
- repräsentatives Volumenelement RVE* 32
- Restfestigkeit* 114, 121
- RHT-Modell* 49, 125
- RILEM* 15, 79
- Rissgeschwindigkeit* 13
- Rissöffnung* 127, 129, 137
- Rissöffnungsgeschwindigkeit* 89, 93, 96, 130
- Schadensmechanik* 32
- Schädigung* 113, 125
- Spallation* 10, 80, 92, 94, 97
- Spaltzugfestigkeit* 78

Spannungstensor 26
Split-Hopkinson-Bar 57
Stabwellengeschwindigkeit 68
Stoßwelle 17
Tandem-Gefechtskopf 140
verdämmte Druckbelastung 112, 133
Versagensfläche 51, 125
Viskoelastizität 14
Viskose Effekte 42
Wasser-Zement-Wert 76
Wellengleichung 68
Wellenlänge 64, 73
Zugfestigkeit 79, 85, 107
Zuschlag 76
Zustandsgleichung 17